

**Krajské kolo 2016/17, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)****Identifikace**

Na každý list se zadáním nebo řešením napište dolů svoje jméno, příjmení a identifikátor. Neoznačené listy nebudou opraveny!

**Student**

jméno: \_\_\_\_\_ příjmení: \_\_\_\_\_ identifikátor: \_\_\_\_\_

**Škola**

název: \_\_\_\_\_ město: \_\_\_\_\_ PSČ: \_\_\_\_\_

**Hodnocení**A \_\_\_\_\_ B \_\_\_\_\_ C \_\_\_\_\_ D \_\_\_\_\_ E \_\_\_\_\_ F \_\_\_\_\_  $\Sigma$  (150 b.) \_\_\_\_\_

Účast v AO se řídí organizačním řádem, č.j. MŠMT – 14 896/2012-51. Organizační řád a propozice aktuálního ročníku jsou k dispozici na <http://olympiada.astro.cz>.

Milé řešitelky, milí řešitelé,

vítáme vás u řešení úloh krajského kola kategorie AB 14. ročníku Astronomické olympiády!

Oproti minulému roku jsme pro vás letos připravili řadu změn a novinek. Počet teoretických úloh v korespondenční části byl snižen na dvě, zato však přibyl online přehledový test a především pak prezenční část. Ta bude v kategorii AB probíhat na jednotlivých školách 19. ledna 2017: pod dohledem vašeho učitele budete mít 150 minut čistého času na vyřešení dvou teoretických úloh. V tomto dokumentu najdete samozřejmě pouze úlohy A až D korespondenční části, se zbylými úlohami E a F se seznámíte až při řešení prezenční části. Konečně, neformální dění okolo olympiády můžete nově sledovat na naší [Facebookové stránce](#). Prostřednictvím zpráv je zde možné klást dotazy přímo Ústřední komisi.

I letos nás čeká celá řada astronomických a astronautických výročí. Stojí za to si je připomenout a pokud tak učiníte například kliknutím na přiložené odkazy, docela jistě se i něco zajímavého dozvíte! Je již tradicí, že se některá tato výročí stala inspirací pro zadání úloh krajského kola:

- 8. ledna 2017 oslaví své 75. narozeniny britský teoretický fyzik [Stephen Hawking](#)
- 12. ledna 2017 uplyne 110 let od narození sovětského raketového inženýra [Sergeje Koroljova](#)
- 8. prosince 2017 si připomeneme 100. výročí založení [České astronomické společnosti](#)

Přejeme vám bystrou mysl a mnoho příjemných chvil při řešení všech úloh! ☺

Ústřední komise Astronomické olympiády

**Důležité kontakty:**

- Internetové stránky a e-mail Astronomické olympiády:  
<http://olympiada.astro.cz>, [olympiada@astro.cz](mailto:olympiada@astro.cz)
- Poštovní adresa pro zaslání vypracovaných úloh:  
Mgr. Lenka Soumarová, Štefánikova hvězdárna, Strahovská 205, 118 00 Praha 1

**Termín odeslání:** 23. 1. 2017 (datum poštovního razítka)

Celkem lze v krajském kole získat maximálně **150 bodů**: 100 v korespondenční části a 50 v prezenční. Do celostátního postupuje 20 nejlepších řešitelů krajských kol, kteří získali nenulový počet bodů z obou částí praktické úlohy a rovněž kteří získali nenulový počet bodů z prezenční části.

**Krajské kolo 2016/17, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)****A Přehledový test***(max. 30 bodů)*

Úvodní test se řeší online na <http://olympiada.astro.cz/korespondencni>. Přihlašovací údaje přišly úspěšným řešitelům školního kola e-mailem, nebo je dostanete od svého učitele, který je může zjistit v sekci pro učitele na <http://olympiada.astro.cz/ucitel>. Velmi doporučujeme řešení testu neodkládat na poslední dny před uzávěrkou.

**B Polární družice Země***(max. 20 bodů)*

12. ledna 2017 uplyne 110 let od narození jednoho z nejvýznamnějších vědců v oblasti kosmonautiky – Sergeje Koroljova. Během své kariéry se zasloužil o úspěch sovětských vesmírných programů, mezi dalšími zmiňme Sputnik a Vostok, a položil tak základy dobývání vesmíru.

V této úloze se budeme věnovat polárním družicím Země, tj. družicím obíhajícími kolem Země po polární dráze. Polární dráha je oběžná dráha, v jejíž rovině leží zemská osa. Družice obíhající po polární dráze tak přelétají nad zemskými póly. Dále budeme uvažovat pouze *kruhové* polární dráhy.

a) Na určitém místě zemského povrchu byla dvakrát v zenitu pozorována družice obíhající kolem Země po polární dráze. Mezi oběma pozorováními uplynul jeden *siderický* den. Určete nejmenší možnou výšku oběhu družice nad zemským povrchem.

Zemi považujte za kouli o poloměru  $R = 6\,378$  km a hmotnosti  $M = 5,97 \cdot 10^{24}$  kg. Délka siderického dne je  $T_s = 86\,164$  s a gravitační konstanta  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N m<sup>2</sup> kg<sup>-2</sup>. Odpor vzduchu zanedbáváme.

b) Předpokládejme, že k uvedeným dvěma pozorováním došlo na zemském rovníku, a družice byla v zenitu pozorována i po jedné polovině siderického dne (přibližně 12 h) od prvního pozorování. Určete nejmenší možnou výšku oběhu družice nad zemským povrchem.

c) Předpokládejme, že družice obíhající po polární dráze ve výšce vypočtené v předchozí části slouží ke komunikaci na otevřeném moři. Určete maximální vzdálenost měřenou podél zemského povrchu, na kterou je možná komunikace mezi dvěma lodmi, přičemž z obou lodí musí existovat *přímé* spojení s družicí.

d) Předpokládejme nyní, že po drahách s výškou vypočtenou v části b) obíhá kolem Země soustava komunikačních družic. Určete dolní hranici pro počet těchto družic tak, aby na každém místě na Zemi byla v libovolném okamžiku aspoň jedna z družic nad ideálním horizontem.

*Nápověda:* Pro povrch kulového vrchlíku Země platí  $S = 2\pi Rv$ , kde  $R$  je poloměr Země a  $v$  je výška kulového vrchlíku. Dále můžete předpokládat, že komunikační družice mohou obíhat po libovolných, tj. ne nutně polárních, drahách.

**C Černé díry a jejich teplota***(max. 20 bodů)*

Černé díry jsou jednou z nejpodivnějších předpovědí Einsteinovy obecné teorie relativity. Astrofyzikální černé díry různých hmotností můžeme na obloze pozorovat díky jejich gravitačnímu působení ve

**Krajské kolo 2016/17, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)**

vícenásobných hvězdných soustavách a v centrech galaxií. Nejzářivější objekty ve vesmíru – takzvané kvazary – jsou taktéž s nejvyšší pravděpodobností tvořeny akrečním diskem kolem supermasivních černých děr. Minulý rok přibyla možnost detekovat srážky černých děr přímo, pomocí emise gravitačních vln.

Černé díry samy o sobě jsou jedny z nejjednodušších objektů ve vesmíru. Nerotující, nenabitá černá díra (Schwarzschildova černá díra) je plně popsána pouze svou hmotností  $M$ .

a) Pomocí newtonovské fyziky spočítejte, jaký je poloměr  $R$  objektu o hmotnosti  $M$  tak, aby úniková rychlost z povrchu byla rychlostí světla  $c$ .

b) Spočítejte povrch  $A$  černé díry o hmotnosti  $M$ . Výsledek vyjádřete obecně.

c) Určete průměrnou hustotu černé díry o hmotnosti  $M$ . Okomentujte, jak se hustota černé díry mění s její hmotností.

Teoretičtí fyzici Jacob Bekenstein a Stephen Hawking zjistili, že černé díry pravděpodobně nejsou zcela černé. V následujících bodech prozkoumáte tepelné záření černých děr.

V termodynamice je definována veličina entropie, která charakterizuje neuspořádanost systému a má velmi blízký vztah s teplotou. Entropii značíme  $S$  a má jednotku  $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ . Entropie je přímo úměrná logaritmu počtu přeorganizování vnitřní stavby systému tak, aby vypadal z vnějšku pořád stejně. Pro černou díru bylo předpovězeno, že její entropie je přímo úměrná jejímu povrchu. Definujme konstantu  $\eta$  tak, že  $S = \eta A$ .

d) Za předpokladu, že  $\eta = c^\alpha G^\beta k^\gamma \hbar^\delta$ , kde  $c$  je rychlost světla,  $G$  Newtonova gravitační konstanta,  $\hbar$  redukovaná Planckova konstanta,  $k$  Boltzmannova konstanta a  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  a  $\delta$  jsou reálná čísla, určete pomocí rozměrové analýzy konstantu úměrnosti  $\eta$ . Určete entropii  $S$  černé díry o hmotnosti  $M$ . (Rozměrová analýza neposkytuje možnost určení bezrozměrných členů. Vzhledem k odhadovému charakteru této úlohy to ale není problém.)

Entropie a teplota jsou dvě úzce provázané veličiny. K určení teploty systému stačí zjistit, jak se celková energie a entropie systému změni vložení malého množství energie. Uvažte, že celková energie černé díry je  $E = Mc^2$ . Termodynamická teplota je pro malá  $\Delta M$  definována jako

$$T = \frac{\Delta E}{\Delta S} = \frac{E(M + \Delta M) - E(M)}{S(M + \Delta M) - S(M)}.$$

e) Určete termodynamickou teplotu černé díry o hmotnosti  $M$ . Okomentujte, jak se teplota černé díry mění s hmotností a určete teploty černé díry o hmotnosti elektronu,  $1 M_\odot$  a  $10^8 M_\odot$ .

*Nápověda:* Předpokládejte, že  $(\Delta M)^2 \ll \Delta M M$  a členy obsahující  $(\Delta M)^2$  ignorujte. Výsledná teplota  $T$  nebude záviset na  $\Delta M$ .

f) Určete, jaký je zářivý výkon černé díry jako černého tělesa. Řešte obecně v závislosti na její hmotnosti  $M$ .

g) Jak dlouhou dobu  $\tau$  bude trvat, než se černá díra o hmotnosti  $M$  vypaří díky Hawkingovu záření? Předpokládejte, že černá díra nepřijímá žádnou energii z okolí. Jak dlouho se budou vypařovat černé díry o hmotnosti elektronu,  $1 M_\odot$  a  $10^8 M_\odot$ ?

## Krajské kolo 2016/17, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)

### D Algol a Kepler (praktická)

(max. 30 bodů)

Jednou z vědecky nejaktivnějších složek České astronomické společnosti, jejíž 100. výročí si v roce 2017 připomínáme, je *Sekce proměnných hvězd a exoplanet*.

#### Část 1 – proměnná hvězda

Vaším úkolem v první části praktické úlohy bude vizuálně proměřit světelnou křivku Algola ( $\beta$  Per). Do řešení zaznamenejte vámi použitou metodu vizuálního pozorování proměnných hvězd (hodit se vám může [tento](#)<sup>1</sup> návod), údaje o srovnávacích hvězdách a veškeré odhady jasností. Pozornost věnujte obzvláště minimům (jejich přibližné časy si dohledejte). Odhady vynesete do grafu v závislosti na čase a určete časy minim, jejich hloubky (v mag) a periodu.

#### Část 2 – exoplaneta

V druhé části si vyzkoušíme práci s daty z družice Kepler, která má na kontě již přes 2 300 potvrzených objevů exoplanet. Je vybavena Schmidtovou komorou o průměru 0,95 m a CCD senzorovým polem, které snímá stále stejnou oblast oblohy o velikosti 115 úhl. stupňů čtverečných. Kvůli velkému rozlišení kamery a nutnosti častého pořizování snímků ukládá Kepler pouze data z pixelů v okolí předem zvolených objektů z Kepler Input Catalog (KIC). Více informací o družici naleznete na [wiki](#)<sup>2</sup>

K ukládání astronomických dat (obzvláště CCD snímků) obvykle slouží datový formát FITS. Může se skládat z několika segmentů Hlavička/Datový blok (tzv. HDU neboli Header/Data Unit). Do hlaviček segmentů se ukládají metadata o snímku (např. čas expozice, informace o kameře atd.) nebo o fotografovaném objektu. Datové bloky obsahují samotné snímky (nebo např. spektra či tabulky), typicky ve formě matice (tabulky) hodnot ADU (Analog/Digital Unit) jednotlivých pixelů. Pro práci se soubory FITS v této úloze doporučujeme použít program `fv`, který můžete stáhnout [zde](#)<sup>3</sup>

K dispozici máte data ve formátu FITS z pozorování hvězdy katalogu KIC s jednou tranzitující exoplanetou. ZIP archiv s daty si můžete stáhnout [zde](#)<sup>4</sup> Archiv obsahuje data z dlouhodobého pozorování hvězdy (soubor `target.fits`) a soubor `README.txt`, ve kterém najdete další informace o HDU segmentech datového souboru a jejich struktuře (čtěte pozorně, jedná se o součást zadání!).

- Nainstalujte si program `fv`. Otevřete v něm soubor s daty a prozkoumejte jeho strukturu.
- Vykreslete světelnou křivku hvězdy (její reprezentativní části).

*Nápověda:* doporučujeme exportovat hodnoty toků (FLUX) do textového CSV souboru, který je čitelný tabulkovými procesory (např. MS Office Excel nebo Libre Office Calc); po zobrazení datového bloku segmentu `TARGETTABLES` ve `fv` proveďte `File > Export as Text > Save > CSV format`.

- Využijte světelnou křivku ke zjištění co nejvíce parametrů systému (např. periody, poloměru a efektivní povrchové teploty planety, velikosti velké poloosy, inklinace, popř. dalších). Můžete rovněž využít metadata z hlaviček FITS souboru. Nachází se exoplaneta v obyvatelné zóně mateřské hvězdy?

Autorem přehledového testu A je Tomáš Gráf. Autorem příkladu B je Martin Raszyk, příklad C vytvořil Stanislav Fořt a praktickou úlohu D navrhl Jakub Vošmera.

<sup>1</sup>[http://var2.astro.cz/download/1311352160\\_trenazer\\_LVAur.pdf](http://var2.astro.cz/download/1311352160_trenazer_LVAur.pdf)

<sup>2</sup>[https://en.wikipedia.org/wiki/Kepler\\_%28spacecraft%29](https://en.wikipedia.org/wiki/Kepler_%28spacecraft%29)

<sup>3</sup><http://heasarc.gsfc.nasa.gov/fertools/fv/>

<sup>4</sup>[http://olympiada.astro.cz/zadani/A0\\_2016\\_17\\_2\\_kolo\\_kepler.zip](http://olympiada.astro.cz/zadani/A0_2016_17_2_kolo_kepler.zip)