

Krajské kolo 2017/18, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)**Identifikace**

Na každý list se zadáním nebo řešením napište dolů svoje jméno, příjmení a identifikátor. Neoznačené listy nebudou opraveny!

Student

jméno: _____ příjmení: _____ identifikátor: _____

Škola

název: _____ město: _____ PSČ: _____

Hodnocení

A _____ **B** _____ **C** _____ **D** _____ **E** _____ **F** _____ **Σ** (150 b.) _____

Účast v AO se řídí organizačním řádem, č.j. MŠMT – 14 896/2012-51. Organizační řád a propozice aktuálního ročníku jsou k dispozici na <http://olympiada.astro.cz>.

Milé řešitelky, milí řešitelé,

vítáme vás u řešení úloh krajského kola kategorie AB 15. ročníku Astronomické olympiády!

Stejně jako loni se krajské kolo sestává ze dvou částí. V tomto dokumentu najdete úlohy A až D korespondenční části: přehledový online test, 2 teoretické úlohy a jednu praktickou. Prezenční část krajského kola (úlohy E a F) bude letos v kategorii AB probíhat na jednotlivých školách 18. ledna 2018: pod dohledem vašeho učitele budete mít 150 minut čistého času na vyřešení dvou teoretických úloh.

Neformální dění okolo olympiády můžete sledovat na naší [Facebookové stránce](#). Prostřednictvím zpráv je zde možné klást dotazy přímo Ústřední komisi.

I letos nás čeká celá řada astronomických výročí. Stojí za to si je připomenout a pokud tak učiníte například kliknutím na přiložené odkazy, jistě se něco zajímavého dozvíte! Některá tato výročí stala inspirací pro zadání úloh krajského kola:

- 16. prosince 2017 by oslavil 100. narozeniny britský spisovatel žánru sci-fi a futurista [Arthur C. Clarke](#)
- 17. října 2018 uplyne 40 let od udělení Nobelovy ceny za objev [kosmického mikrovlnného pozadí](#)

Z předpověditelných astronomických úkazů v roce 2018 stojí za zmínku především unikátní úplné zatmění Měsíce v noci z 27. na 28. července, kdy Měsíc projde geometrickým středem zemského stínu a na Měsíc se tedy bude promítat nahnědlá „centrální skvrna“. Úplná fáze zatmění potrvá 1 hodinu 44 minut.

Přejeme vám bystrou mysl a mnoho příjemných chvil při řešení všech úloh! ☺

Ústřední komise Astronomické olympiády

Důležité kontakty:

- Internetové stránky a e-mail Astronomické olympiády:
<http://olympiada.astro.cz>, olympiada@astro.cz

- Poštovní adresa pro zaslání vypracovaných úloh:
Mgr. Lenka Soumarová, Štefánikova hvězdárna, Strahovská 205, 118 00 Praha 1

Termín odeslání: 19. 1. 2018 (datum poštovního razítka)

Celkem lze v krajském kole získat maximálně **150 bodů**: 100 v korespondenční části a 50 v prezenční. Do celostátního kola postupuje 20 nejlepších řešitelů krajských kol, **kteří získali nenulový počet bodů z praktické úlohy** a rovněž **kteří získali nenulový počet bodů z prezenční části**.



Krajské kolo 2017/18, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)

A Přehledový test

(max. 30 bodů)

Úvodní test se řeší online na <http://olympiada.astro.cz/korespondencni>. Přihlašovací údaje přišly úspěšným řešitelům školního kola e-mailem, nebo je dostanete od svého učitele, který je může zjistit v sekci pro učitele na <http://olympiada.astro.cz/ucitel>. Velmi doporučujeme řešení testu neodkládat na poslední dny před uzávěrkou. U problémů s řešením testu oznámených po **4. 1. 2018** bohužel nemůžeme zaručit jejich včasné vyřízení.

B Rozpínání vesmíru

(max. 20 bodů)

Hubbleův parametr H měří relativní rychlost rozpínání vesmíru. Jeho současná hodnota určená z měření kosmického mikrovlnného pozadí (CMB) je $H_0 = 67,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$. Tatáž měření určila složení vesmíru, které se často vyjadřuje pomocí poměru Ω hustoty ρ daného druhu látky ku kritické hustotě ρ_{crit} vesmíru, tedy jako $\Omega = \rho/\rho_{\text{crit}}$. Bylo změřeno, že vesmír v současnosti obsahuje $\Omega_{\Lambda,0} = 0,68$ temné energie, $\Omega_{\text{m},0} = 0,32$ hmoty (baryonové a temné) a $\Omega_{\text{r},0} = 0,0001$ záření.

Škálový faktor a definujeme jako relativní velikost vesmíru vzhledem k současnému stavu. Současná hodnota škálového parametru je tedy $a_0 = 1$. Hodnotu Hubbleova parametru v čase, kdy je hodnota škálového parametru a , můžeme určit jako

$$H(a) = H_0 \sqrt{\Omega_{\text{r},0} a^{-4} + \Omega_{\text{m},0} a^{-3} + \Omega_{\Lambda,0}}$$

V době dominance temné energie se škálový faktor vyvíjí jako $a(t) \propto e^{Ht}$, v době dominance hmoty jako $a(t) \propto t^{2/3}$ a v době dominance záření jako $a(t) \propto t^{1/2}$. Předpokládejte, že vesmír je $t_0 = 13,82 \cdot 10^9$ let starý a že současná teplota mikrovlnného pozadí je $T_0 = 2,7 \text{ K}$.

a) Určete hodnotu škálového faktoru $a_{\Lambda-\text{m}}$ v době, kdy byl význam temné energie pro výpočet $H(a)$ stejně velký jako význam hmoty, neboli v době, kdy byly hustoty temné energie a hmoty stejné. V tomto výpočtu předpokládejte $\Omega_{\text{r}} = 0$. Určete tehdejší teplotu $T_{\Lambda-\text{m}}$ kosmického mikrovlnného pozadí.

b) Určete hodnotu škálového faktoru $a_{\text{m}-\text{r}}$ v době, kdy byly záření a hmota stejně zastoupeny. V tomto výpočtu ignorujte temnou energii (tedy $\Omega_{\Lambda} = 0$).

Záření, které dnes nazýváme kosmickým mikrovlnným pozadím, se začalo vesmírem šířit v době, kterou dnes pozorujeme s kosmologickým červeným posuvem $z_{\text{CMB}} = 1100$. V následujících úkolech určíte, jak starý byl v té době vesmír.

c) Určete hodnotu škálového faktoru a_{CMB} v době emise fotonů záření mikrovlnného pozadí. Jaká byla jeho tehdejší teplota T_{CMB} ?

d) Za nerealistického předpokladu, že vesmír se celou dobu mezi emisí kosmického mikrovlnného záření a současností choval, jako by v něm dominovala temná energie, určete stáří t_{CMB} vesmíru v době emise CMB. Očekávejte nefyzikální výsledek v důsledku nerealistického předpokladu.

e) Nyní provedete realističtější výpočet. Předpokládejte, že pro $1 > a > a_{\Lambda-\text{m}}$ se vesmír vyvíjí, jako by byl dominován temnou energií, pro $a_{\Lambda-\text{m}} > a > a_{\text{m}-\text{r}}$, jako by obsahoval pouze hmotu, a pro $a_{\text{m}-\text{r}} > a$, jako by obsahoval pouze záření. Určete stáří t_{CMB} vesmíru v době emise kosmického mikrovlnného záření.

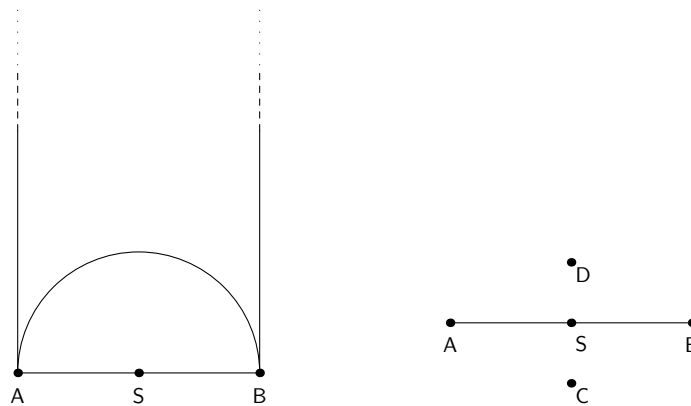
Krajské kolo 2017/18, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)

C Monument

(max. 20 bodů)

16. prosince 2017 uplyne 100 let od narození známého britského autora sci-fi Arthura C. Clarka. Pojďme si tedy jeho dílo připomenout následující úlohou, která by se jistě dala s trochou fantazie rozvést do menší sci-fi povídky.

Na odlehlem místě na Zemi byl účastníky astronomické olympiády objeven monument, jenž tvoří dva velmi vysoké¹ sloupky ve vzájemné vzdálenosti $d = |AB| = 200$ m a oblouk o průměru d a středu S , který se obou sloupů dotýká ve svých protějších bodech. Spojnice AB probíhá přesně západovýchodním směrem.



Obrázek 1: Schéma monumentu (vlevo pohled zepředu, vpravo pohled shora).

Protože objeviteli zmíněného monumentu byli účastníci *astronomické* olympiády, rozhodli se s jeho pomocí určit svou polohu. K tomuto účelu se jeden z účastníků (pozorovatel P) postavil do středu S mezi oba sloupky. Při pohledu severním směrem spatřil pozorovatel P cirkumpolární hvězdu H , jež nikdy v průběhu jednoho siderického dne nepřešla přes oblouk nad jeho hlavou. Deklinace hvězdy H je $\delta = 55^\circ$.

- Určete na základě předchozích dvou odstavců interval možných zeměpisných šířek místa S , na kterém pozorovatel P právě stojí.
- Cvičenému oku pozorovatele P neuniklo, že hvězda H prochází během jednoho siderického dne všechny azimuty od azimutu východního bodu přes azimut severního bodu po azimut západního bodu. Určete s využitím této informace *přesnou* zeměpisnou šířku pozorovatele P .
- Po upozornění od zkušenějšího kamaráda si pozorovatel P uvědomil, že hvězda, kterou ve skutečnosti pozoroval, není hvězda H . Vydal se proto jižním směrem a zastavil se v bodě C ve vzdálenosti $l = |SC| = 50$ m od středu monumentu. Při pohledu severním směrem zpozoroval, že hvězda H zůstává v průběhu jednoho siderického dne stále mezi oběma sloupky monumentu a dostane se postupně do zákrytu oběma sloupky. Dokážete nyní určit přesnou zeměpisnou šířku pozorovatele P ?
- Nyní, když zná svou přesnou zeměpisnou šířku, se pozorovatel P rozhodl určit deklinaci hvězdy H' , která kulminuje nad jihem. Přešel proto do vzdálenosti l severně od středu monumentu (do bodu D) a obrátil se jižním směrem. S pomocí stopek změřil dobu t , která uběhla mezi zákryty hvězdy H'

¹zdánlivě sahající až k zenitu

Krajské kolo 2017/18, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)

postupně oběma sloupy. Při pohledu na změřenou dobu t mu bylo hned jasné, že se jedná právě o polovinu siderického dne. Pomozte pozorovateli P nyní určit přesnou deklinaci hvězdy H' .

Nápověda. Pro sférický trojúhelník ABC se stranami úhlových velikostí a, b, c a vnitřními úhly velikostí α, β, γ platí sinová věta

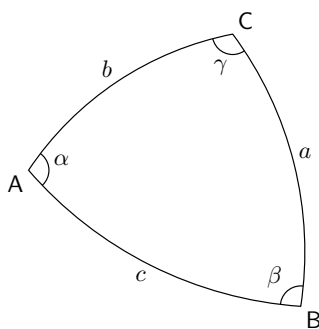
$$\frac{\sin a}{\sin \alpha} = \frac{\sin b}{\sin \beta},$$

kosinová věta pro strany

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha$$

a kosinová věta pro úhly

$$\cos \alpha = -\cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma \cos a.$$



Obrázek 2: Sférický trojúhelník ABC.

D Pohyb Měsíce (praktická)

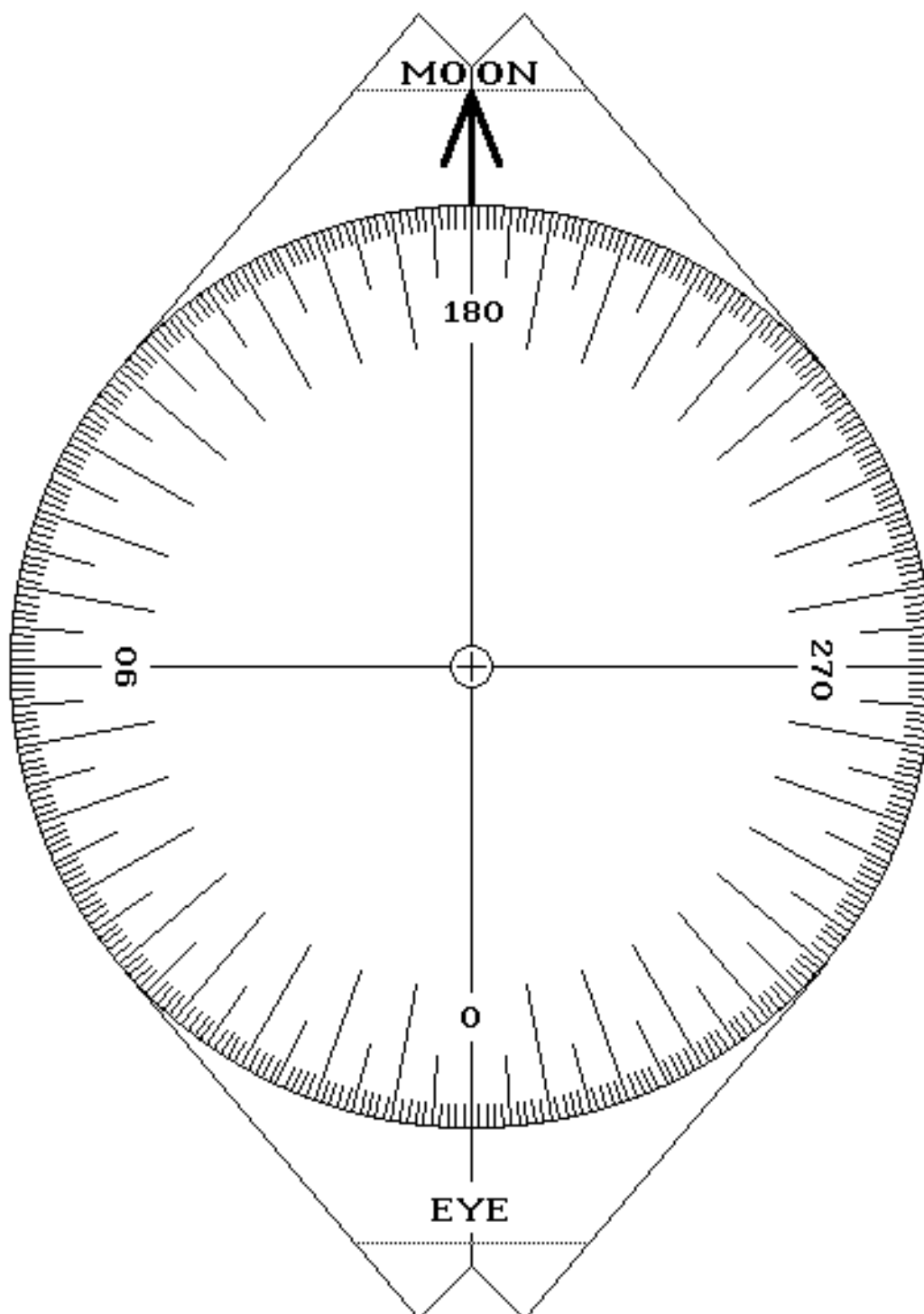
(max. 30 bodů)

Vaším úkolem bude změřit úhlovou rychlost pohybu Měsíce vzhledem ke Slunci. K tomu si vyrobíte úhloměr, který naleznete na obrázku na další straně. Úhloměr vytiskněte na kartón nebo jej podlepte tužším papírem. Doprostřed zabodněte špendlík nebo jehlu dostatečné délky, aby stín sahal až ke stupnici. Zkonstruovaný úhloměr vyfotografujte a snímek přiložte k řešení praktické úlohy.

K měření si musíte zvolit den za jasného počasí, kdy bude zároveň Slunce i Měsíc nad obzorem. K vytipování takových dnů využijte klasickou nebo elektronickou astronomickou ročenku. Na obloze najděte Měsíc a naniřte na něj vizír úhloměru tak, aby spojnice Slunce a Měsíce ležela v rovině úhloměru. Stín špendlíku vám na stupnici ukáže úhlovou vzdálenost od Slunce. Měření opakujte ve vhodných intervalech v průběhu několika dní. Každé měření proveďte několikrát za sebou. Určete průměrné hodnoty jednotlivých měření a jejich odchylky. Do přehledné tabulky запиšte vždy naměřený úhel, odchylku, datum a čas měření.

Z tabulky měření vypočtete průměrné úhlové rychlosti pohybu Měsíce vzhledem ke Slunci v časových intervalech mezi jednotlivými měřeními a jejich nejistoty. Hodnoty vynesete do grafu v závislosti na čase, kde vyznačíte okamžik perigea nebo apogea. Výsledky diskutujte. Je pohyb Měsíce vzhledem ke Slunci rovnoměrný? Pokud ne, jaké efekty mohou způsobovat nerovnoměrnosti v jeho pohybu?

Krajské kolo 2017/18, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)



Autorem přehledového testu A je Tomáš Gráf. Autorem příkladu B je Stanislav Fořt, příklad C vytvořil Martin Raszyk a praktickou úlohu D navrhl Tomáš Gráf.