



Finále 2018/19, kategorie EF (8. a 9. třída ZŠ) – řešení

**A Přehledový test**

(max. 20 bodů)

**POKYNY:** U každé otázky zakroužkuj **právě jednu** správnou odpověď. Pokud se spleteš, původní odpověď zřetelně škrtni a zakroužkuj jinou. Je povolena maximálně jedna oprava. V případě špatné, žádné nebo více zakroužkovaných odpovědí je za otázku 0 bodů. Otázky označené **\*\*** jsou za **2 body**, zbylé za **1 bod**.

**B Zatmění Měsíce**

(max. 30 bodů)

Při zatmění Měsíce prochází Měsíc stínem Země. Ten je tvořen jednak polostímem (penumbrou) a také plným stínem (umbrou). Astrofotografové vždy pořizují pěkně barevné série fotografií, na kterých Měsíc postupně mizí a pak se zase objevuje. Šikovním poskládáním snímků tohoto astronomického úkazu pak může vzniknout i taková koláž jako na obrázku 1, která pochází ze zatmění dne 21. 1. 2019.

a) O jaký typ zatmění se jednalo?

úplné

b) Při průchodu penumbrou je Měsíc tmavě šedý. Jakou barvu má Měsíc, když prochází umbrou? Napiš také proč a zkus odpověď co nejlépe vysvětlit, každý podstatný detail se hodnotí.

hnědou / červenou / oranžovou / kombinace předchozích barev

Sluneční světlo je bílé, neboli složené ze všech barev viditelného spektra (lze vidět např. v duze).

Při průchodu zemskou atmosférou se světlo rozptyluje, a to na molekulách vzduchu.

Nejvíce se rozptyluje jeho modrá složka, tj. krátkovlnná, protože náhodné shluky molekul vzduchu mají podobný rozměr jako vlnová délka modrého světla.

Sluneční světlo se v atmosféře také láme. Opět nejvíce jeho modrá část.

Jestliže se modrá složka „odfiltruje“ v atmosféře Země a červená složka ne, do stínu Země bude pronikat především červená / oranžová část světla.

c) Zatmění Měsíce nastalo 21. 1. 2019. Jak daleko od Slunce byla tou dobou Země? Výsledek označ  $d_{SZ}$  a zaokrouhli na stovky tisíc km. Stačí počítat přibližně, ale zase ne příliš zjednodušeně.

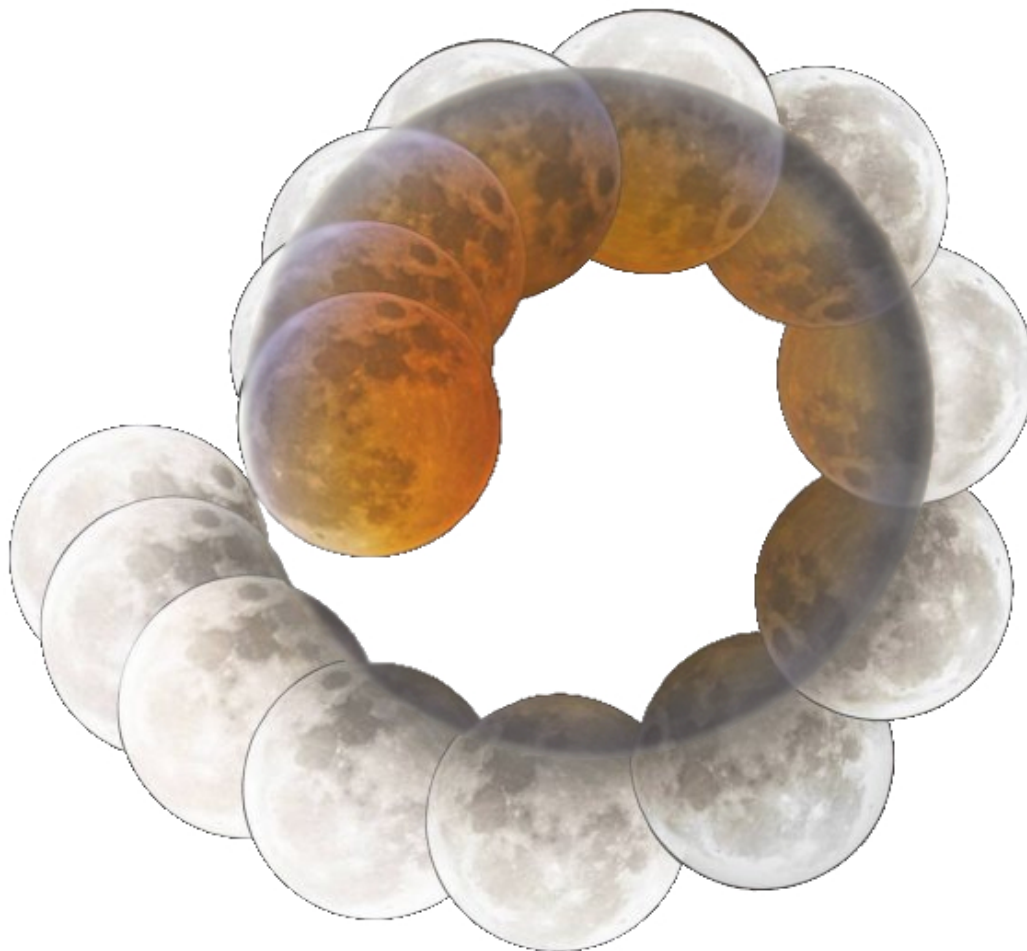
V lednu je Země v přísluní, lze tedy vypočítat její vzdálenost od Slunce pomocí

$$d_{SZ} = a(1 - e) = 1,496 \cdot 10^8 \text{ km} (1 - 0,017) \approx 1,471 \cdot 10^8 \text{ km}$$

(hodnoty jsou uvedeny v tabulkách AO)

d) Jak dlouhý je zemský stín (měřeno od středu Země)? Výsledek označ  $s$  a zaokrouhli na tisíce km. Všechna tělesa považuj nyní i v dalších částech této úlohy za kulová s rovníkovým poloměrem.

Finále 2018/19, kategorie EF (8. a 9. třída ZŠ) – řešení



**Obrázek 1:** Série snímků ze zatmění Měsíce 21. 1. 2019 poskládaná do spirály. (foto: George Schmiesing)

Jde o porovnání dvou trojúhelníků (je možné si i udělat nákres situace).

$$\frac{R_S}{d_{SZ} + s} = \frac{R_Z}{s}$$

Po úpravách dostaneme

$$s = \frac{d_{SZ} R_Z}{R_S - R_Z}$$

A dosadíme

$$s = \frac{1,471 \cdot 10^8 \text{ km} \cdot 6\,378 \text{ km}}{6,96 \cdot 10^5 \text{ km} - 6\,378 \text{ km}} \approx 1,360 \cdot 10^6 \text{ km}$$



## Finále 2018/19, kategorie EF (8. a 9. třída ZŠ) – řešení

e) Využij obrázek 1 a zjisti, jak daleko byl Měsíc od Země v době zatmění? Výsledek označ  $d_{ZM}$  a zaokrouhli na tisíce km.

Nejprve si musíme uvědomit, že spirála na obrázku vytváří stín Země!

Zjistíme tedy, jaký je poměr mezi průměrem stínu Země (označíme  $D_{\text{stín}}$ ) a měsíčního kotouče (ozn.  $D_M$ ). Z obrázku změříme

$$D_{\text{stín}} = 87 \text{ mm}$$

$$D_M = 32 \text{ mm}$$

Jejich poměr je

$$Q = \frac{D_{\text{stín}}}{D_M} = \frac{87 \text{ mm}}{32 \text{ mm}} \approx 2,7$$

Teď využijeme znovu podobnost trojúhelníků:

$$\frac{R_Z}{s} = \frac{Q R_M}{s - d_{ZM}}$$

Po úpravách dostaneme

$$d_{ZM} = \frac{s R_Z - Q s R_M}{R_Z} = \frac{s (R_Z - Q R_M)}{R_Z}$$

A dosadíme

$$d_{ZM} = \frac{1,360 \cdot 10^6 \text{ km} \cdot (6\,378 \text{ km} - 2,7 \cdot 1\,738 \text{ km})}{6\,378 \text{ km}} \approx 359\,000 \text{ km}$$

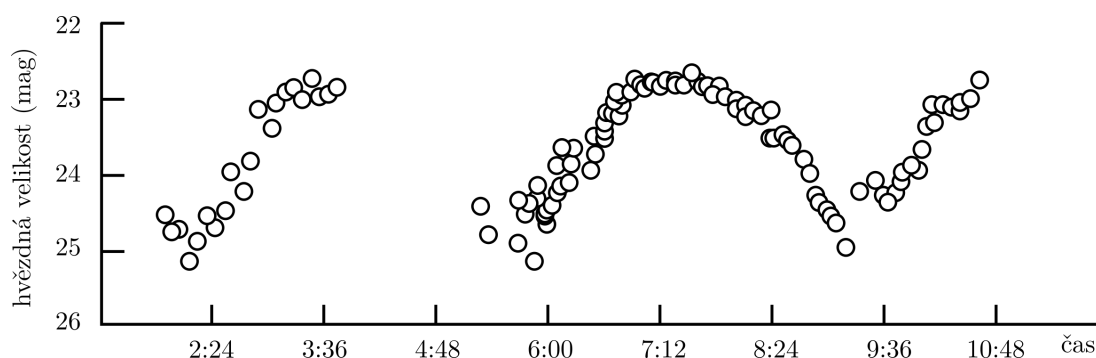
Finále 2018/19, kategorie EF (8. a 9. třída ZŠ) – řešení

C ‘Oumuamua

(max. 10 bodů)

Dne 19. 10. 2017 byl pomocí dalekohledů Pan-STARRS na Havajských ostrovech objeven první mezihvězdný objekt. Jeho název je 1I/‘Oumuamua, což znamená „posel vyslaný z dávné minulosti“.

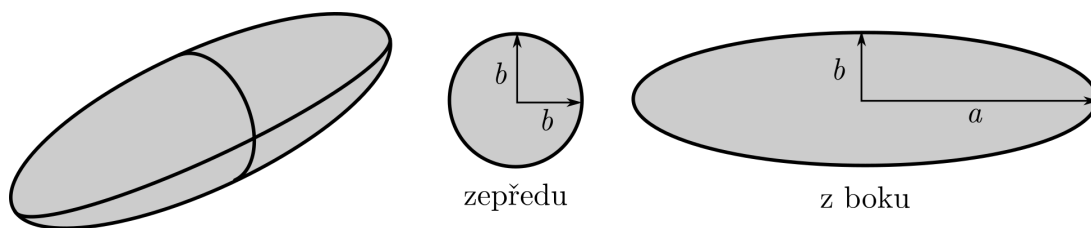
a) Světelná křivka (tedy závislost změny jasnosti nebo hvězdné velikosti na čase) tohoto objektu ze dne 27. 10. 2017 je na obrázku 2. Jaká byla jeho maximální změna jasnosti v tomto dni? Výsledek označ  $\Delta m$  a uveď ho v magnitudách s přesností na desetiny.



Obrázek 2: Světelná křivka 1I/‘Oumuamua ze dne 27. 10. 2017.

$$\Delta m = 2,5 \text{ mag}$$

b) Předpokládej, že ‘Oumuamua nemá tvar koule, ale připomíná spíše míč na rugby (tedy rotační elipsoid), jak je to znázorněno na obrázku 3. Světelná křivka závisí na tom, jak těleso rotuje a odráží světlo pokaždé jinak. Dále předpokládej, že asteroid rotuje podél poloosy  $b$ . Kdy má maximální a kdy minimální jasnost? Zapiš jako „max = ...“ a „min = ...“, kde místo teček doplň  $ab$  nebo  $bb$  podle toho, jestli je k nám v dané situaci ‘Oumuamua otočen průřezem s poloosami  $a$  a  $b$  nebo  $b$  a  $b$ .



Obrázek 3: Předpokládaný tvar ‘Oumuamua – rotační elipsoid. Na obrázku jsou i nejmenší a největší průřezy s označenými hlavními a vedlejšími poloosami ( $a$ ,  $b$ ), respektive průměrem  $b$ .

$$\text{max} = ab, \text{ min} = bb$$

## Finále 2018/19, kategorie EF (8. a 9. třída ZŠ) – řešení

c) S pomocí předchozích výsledků vypočítej, jaký je poměr poloos  $a : b$  (zapiš ho jako poměr celých čísel). Napovíme, že plocha elipsy s poloosami  $a$  a  $b$  se spočítá jako  $S_{ab} = \pi ab$ .

Vydeme z Pogsonovy rovnice, kde označíme indexem  $ab$  situaci vztahující se k průřezu s poloosami  $a$  a  $b$  a indexem  $bb$  situaci vztahující se k průřezu s poloosami  $b$  a  $b$ .

$$\Delta m = m_{bb} - m_{ab} = -2,5 \log \frac{L_{bb}}{L_{ab}}$$

Zářivý výkon („jas“) je přímo úměrný průřezu, tedy

$$\Delta m = m_{bb} - m_{ab} = -2,5 \log \frac{S_{bb}}{S_{ab}}$$

$$\Delta m = -2,5 \log \frac{\pi b^2}{\pi ab} = -2,5 \log \frac{b}{a}$$

Odlogaritmujeme a dosadíme

$$10^{-\frac{\Delta m}{2,5}} = \frac{b}{a}$$

$$\frac{b}{a} = 10^{-\frac{2,5}{2,5}} = 10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$$

Tedy  $a : b = 10 : 1$ .

Pozn.: Pogsonovu rovnici jsme sestavili pro situaci, kdy je průřez  $S_{ab}$  větší než  $S_{bb}$ . Tutíž rovnici ale splňuje i situace, kdy nebude ‘Oumuamua vypadat jako míč na rugby, ale jako disk nebo létající talíř, tedy  $b$  bude větší než  $a$  a průřez  $S_{ab}$  bude menší než  $S_{bb}$ , tj.  $a : b = 1 : 10$ .

## D Jupiterovy měsíce

*(max. 20 bodů)*

Všechny obří planety mají spousty přirozených satelitů (měsíců). Jako první objevil Galileo Galilei měsíce u Jupiteru (čtyři největší z nich). Nyní je nazýváme galileovské měsíce. Tabulka 1 uvádí základní data o vybraných Jupiterových měsících.

a) Vypočítej, jaký poloměr (v mm) by měl Jupiter v modelu v měřítku 1:10 000 000 000, jestliže jeho skutečný poloměr je 70 000 km.

7 mm

b) Vypiš jména galileovských měsíců a seřaď je podle rostoucí vzdálenosti od Jupiteru. Správné odpovědi zapiš do prvního sloupce tabulky 2. Pro každý spočítej vzdálenost od Jupiteru a průměr v měřítku 1:10 000 000 000. Hodnoty zapiš do tabulky 2 v mm a správně zaokrouhli.

c) Jsou opravdu všechny měsíce v tabulce 1 Jupiterovy? Pokud ano, napiš „ANO“. Pokud ne, napiš, jaký nebo jaké jsou tam navíc.

Triton a Titan nejsou Jupiterovy měsíce.

Finále 2018/19, kategorie EF (8. a 9. třída ZŠ) – řešení

| Název     | Hlavní poloosa [km] | Průměr tělesa [km] | Název    | Hlavní poloosa [km] | Průměr tělesa [km] |
|-----------|---------------------|--------------------|----------|---------------------|--------------------|
| Adrastea  | 129 000             | 16                 | Io       | 421 800             | 3643               |
| Amalthea  | 181 400             | 168                | Leda     | 11 165 000          | 18                 |
| Callisto  | 1 882 700           | 4821               | Lysithea | 11 717 000          | 38                 |
| Elara     | 11 741 000          | 78                 | Metis    | 128 000             | 44                 |
| Europa    | 671 100             | 3122               | Thebe    | 221 900             | 98                 |
| Ganymedes | 1 070 400           | 5262               | Titan    | 1 121 865           | 5150               |
| Himalia   | 11 461 000          | 160                | Triton   | 354 800             | 2706               |

Tabulka 1: Parametry Jupiterových měsíců.

| Název     | Vzdálenost v měřítku [mm]<br>(zaokrouhli na mm) | Průměr v měřítku [mm]<br>(zaokrouhli na setiny mm) |
|-----------|---|--|
| Io        | 42  | 0,36   |
| Europa    | 67  | 0,31   |
| Ganymedes | 107   | 0,53   |
| Callisto  | 188   | 0,48   |

Tabulka 2: Galileovské měsíce – k příkladu b).

d) V měřítku 1:10 000 000 000 narýsuj Jupiter a galileovské měsíce při pohledu na celou soustavu shora. Předpokládej, že se všechny nacházejí v jedné přímce a že jsou jejich oběžné dráhy kruhové. Objekty menší než 1 mm zobraz symbolem +. Ke každému tělesu napiš jeho jméno.





Finále 2018/19, kategorie EF (8. a 9. třída ZŠ) – řešení

## E Planetárium

*(max. 20 bodů)*

**POKYNY:** Máš 5 minut na přečtení otázek před tím, než začneme promítat. Čísla otázek budeme v průběhu projekce ohlašovat. Případné dotazy ale NEBUDOU v průběhu projekce zodpovězeny, proto se ptej hned. Měj však na paměti, že dotazy zodpovíme nahlas a mohl/a bys napovědět ostatním.