

Krajské kolo 2024/25, domácí, kategorie GH (6. a 7. třída ZŠ)

Identifikace

Nezapomeň na každý list dolů napsat svoje jméno. Neoznačené listy nebudou opraveny!

Žák

jméno: _____ příjmení: _____

email: _____

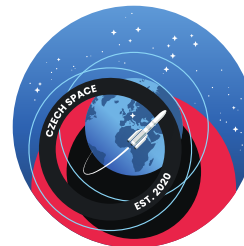
Škola

název: _____ město: _____ PSČ: _____

Hodnocení

A _____ B _____ C _____ D _____ Σ (100 b.) _____Účast v AO se řídí organizačním řádem. Spolu s propozicemi aktuálního ročníku je k nalezení na olympiada.astro.cz.**Krajské kolo je nutné odevzdat pomocí online formuláře do 23:59 SEČ 21. 3. 2025!**

Letos byl zahájen národní projekt **Česká cesta do vesmíru**, jehož cílem je mimo jiné podnítit zájem žáků a studentů o studium technických a přírodovědných oborů. V rámci spolupráce tak najdete i v Astronomické olympiádě některé zajímavé otázky či úlohy, které se projektu týkají. Více se můžete dozvědět na webu <https://www.vzhurudovesmiru.cz/>, kde najdete řadu dalších zajímavých soutěží a výzev, do kterých se můžete zapojit!



A Přehledový test

(max. 30 bodů)

POKYNY: Přehledový test se řeší online na <http://olympiada.astro.cz>. Přihlašovací údaje získají úspěšní řešitelé školního kola e-mailem. Velmi doporučujeme řešení testu neodkládat na poslední dny před uzávěrkou. U problémů s řešením testu oznámených po 14. 3. 2025 bohužel nemůžeme zaručit jejich včasné vyřízení. U každé otázky vyber **právě jednu** správnou odpověď. Za správnou odpověď je 1 bod. V případě špatné nebo žádné odpovědi je za otázku 0 bodů.

B Družice Planetum-1

(max. 30 bodů)

Pražské planetárium se 25. května 2022 stalo prvním a jediným planetáriem na světě, které mělo na oběžné dráze vlastní družici s názvem Planetum-1. Na oběžnou dráhu ji vynesla raketa Falcon 9 a družice byla vypuštěna ve výšce 550 km nad povrchem Země. Družice shořela 29. listopadu 2024 ve výšce zhruba 200 km nad povrchem Země kvůli vysokému tření v atmosféře, kde byla vystavena teplotám dosahujícím až 3 000 °C.

Pro naše účely si její let zjednodušíme. Budeme předpokládat, že družice obíhala kolem Země po celou dobu v jedné rovině a prolétala vždy nad zemskými póly. Dále budeme předpokládat, že její výška nad Zemí klesla každých 130 dní o 50 km a že jeden oběh okolo Země jí po celou dobu letu trval 90 minut (tedy nezávisle na aktuální výšce nad Zemí).

**Krajské kolo 2024/25, domácí, kategorie GH (6. a 7. třída ZŠ)**

K výpočtům v celé úloze využijte JEN A POUZE údaje z tabulky Astronomické olympiády pro kategorii GH. Všechny potřebné výpočty zapiš, pouhý správný výsledek bez postupu neuznáváme!

a) Kolik obletů okolo Země vykonala družice každý den? Kolik obletů vykonala družice za 130 dní?

b) Jakou vzdálenost urazila družice během jednoho obletu kolem Země, když se nacházela ve výšce 550 km nad povrchem Země? Vzorec na výpočet obvodu kružnice jsme ti prozradili už ve školním kole. Výsledek zaokrouhli na stovky kilometrů.

c) Dále budeme v našich výpočtech předpokládat, že družice vždy setrvala na dané oběžné dráze po dobu 130 dní. Poté náhle snížila svou výšku nad povrchem Země o 50 km a na nové, nižší oběžné dráze opět setrvala po dobu 130 dní, než opět snížila svou výšku o 50 km. Jakou vzdálenost urazila družice za 130 dní na oběžné dráze ve výšce 550 km nad povrchem Země? Výsledek zaokrouhli na statisíce km a k jeho výpočtu použij výsledky z předchozích částí.

d) Nyní ty stejné výpočty jako v částech b) a c) proved' pro všechny další postupné výšky nad povrchem Země, tedy pro výšky 500 km, 450 km, 400 km, 350 km, 300 km a 250 km a vždy předpokládej, že družice na dané výšce zůstala po dobu 130 dní, než přešla na nižší výšku. Tyto opakující se výpočty už sem nezapisuj a jen vyplň následující tabulku, výsledky pro jeden oblet zaokrouhli na stovky kilometrů, výsledky pro dráhu za 130 dní zaokrouhli na statisíce kilometrů. Pro přehlednost do tabulky doplň i výsledky pro výšku 550 km.

Krajské kolo 2024/25, domácí, kategorie GH (6. a 7. třída ZŠ)

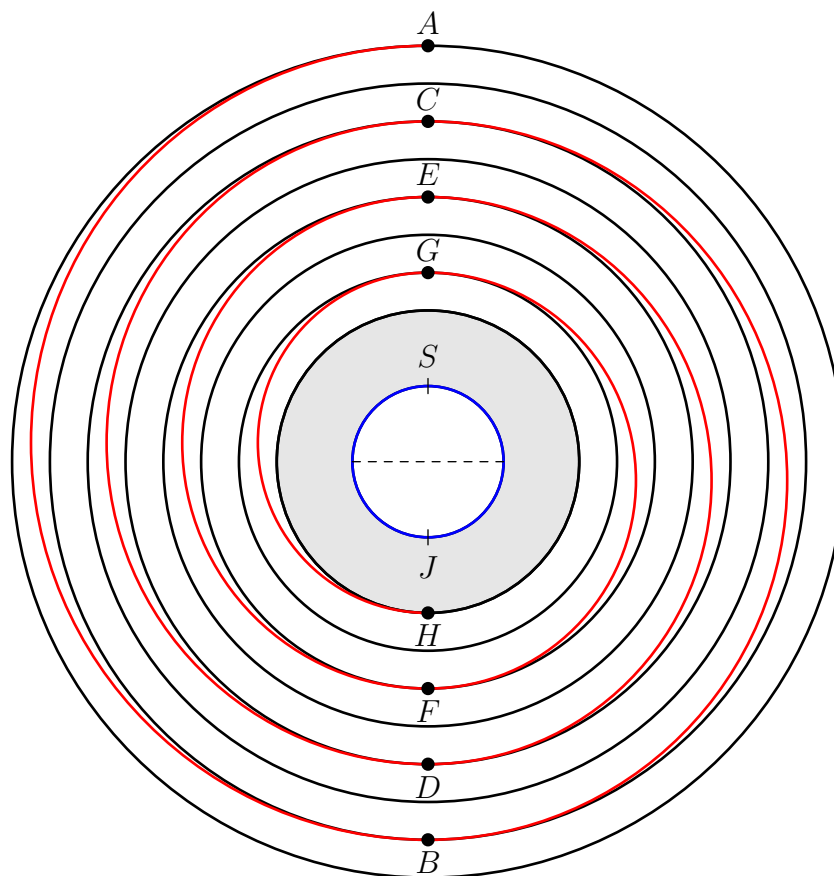
výška družice nad Zemí v km	dráha za jeden oblet v km	dráha za 130 dní v km
550		
500		
450		
400		
350		
300		
250		

e) Ještě se v našem zjednodušeném letu družice Planetum-1 musíme zaměřit na snižování její výšky nad Zemí. Budeme předpokládat, že družice vždy po 130 dnech snížila svou výšku o 50 km tak, že se během snižování výšky pohybovala po půlkružnici, celý let je zachycen na obrázku 1. Dobu trvání všech přeletů mezi jednotlivými výškami nad Zemí zanedbáme oproti zbylé části letu. Vypočítej, jakou dráhu urazila družice po půlkružnici při snižování výšky z 550 km na 500 km. Uvědom si, jaký má příslušná půlkružnice poloměr a že nemá střed ve středu Země. Výsledek zaokrouhli na stovky km.

f) Nyní dopočítej dráhy pro ostatní půlkružnice, tyto opakující se výpočty už sem nezapisuj a jen vyplň následující tabulku, výsledky zaokrouhli na stovky kilometrů. Pro přehlednost do tabulky doplň i výsledek z části e).

snížení výšky nad Zemí	půlkružnice mezi body	dráha v km
z 550 km na 500 km	<i>A a B</i>	
z 500 km na 450 km	<i>B a C</i>	
z 450 km na 400 km	<i>C a D</i>	
z 400 km na 350 km	<i>D a E</i>	
z 350 km na 300 km	<i>E a F</i>	
z 300 km na 250 km	<i>F a G</i>	
z 250 km na 200 km	<i>G a H</i>	

Krajské kolo 2024/25, domácí, kategorie GH (6. a 7. třída ZŠ)



Obrázek 1: Let družice Planetum-1. Modře je znázorněna Země, čárkovanou čarou rovník, body *S* a *J* značí severní a jižní pól Země, šedou barvou je znázorněna atmosféra Země (její hustá část, ve které došlo ke shoření družice). Černé kružnice představují oběžné dráhy družice kolem Země ve výškách 550 km, 500 km, 450 km, 400 km, 350 km, 300 km a 250 km. Červeně jsou znázorněny půlkružnice, po kterých družice snižovala svou výšku nad Zemí, půlkružnice z bodu *A* do bodu *B* představuje snižování výšky z 550 km na 500 km, půlkružnice z bodu *B* do bodu *C* představuje snižování výšky z 500 km na 450 km, ..., půlkružnice z bodu *G* do bodu *H* představuje snižování výšky z 250 km na 200 km. V bodě *H* tedy družice vstoupila do atmosféry a její let skončil. Obrázek není ve správném měřítku.

g) Jakou celkovou dráhu urazila družice Planetum-1 v našem zjednodušeném letu? K výpočtu použij hodnoty v tabulkách z částí d) a f). Celkovou dráhu zaokrouhli na milióny km.



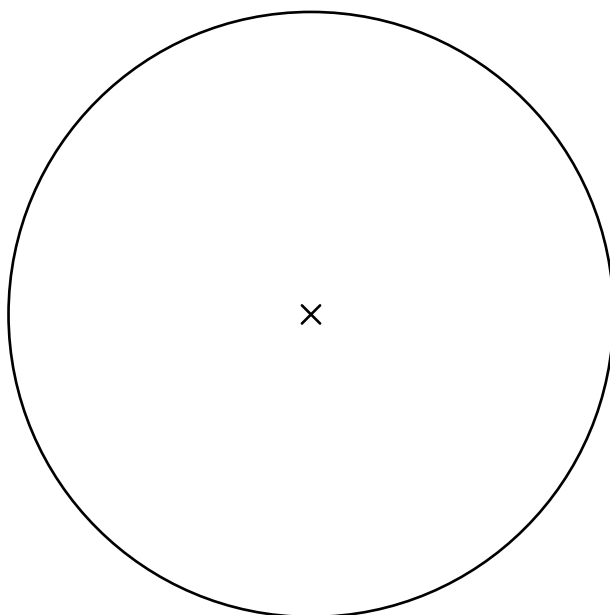
Krajské kolo 2024/25, domácí, kategorie GH (6. a 7. třída ZŠ)

h) Jestliže družice byla vypuštěna 25. května 2022 a shořela 29. listopadu 2024, kolik dní obíhala okolo Země? Do výsledku započítej i datum startu a zániku družice.

i) Jakou průměrnou rychlostí se družice Planetum-1 pohybovala kolem Země? K výpočtu použij výsledky z částí g) a h). Výsledek uveď zaokrouhlený na desetiny kilometru za sekundu a také v kilometrech za hodinu zaokrouhlený na tisíce.

j) Jak je uvedeno v popisku obrázku 1, tento obrázek není ve správném měřítku. Do obrázku 2 proto narýsuj ve správném měřítku kružnici představující oběžnou dráhu družice Planetum-1 ve výšce 550 km nad Zemí. Uveď, jaký je poloměr Země v obrázku po vytištění, a rovněž zapiš potřebný výpočet pro určení poloměru kružnice představující oběžnou dráhu ve výšce 550 km.

Krajské kolo 2024/25, domácí, kategorie GH (6. a 7. třída ZŠ)



Obrázek 2: Obrázek k části j). Kružnice v obrázku představuje Zemi a křížek její střed.

Krajské kolo 2024/25, domácí, kategorie GH (6. a 7. třída ZŠ)

C První Keplerův zákon

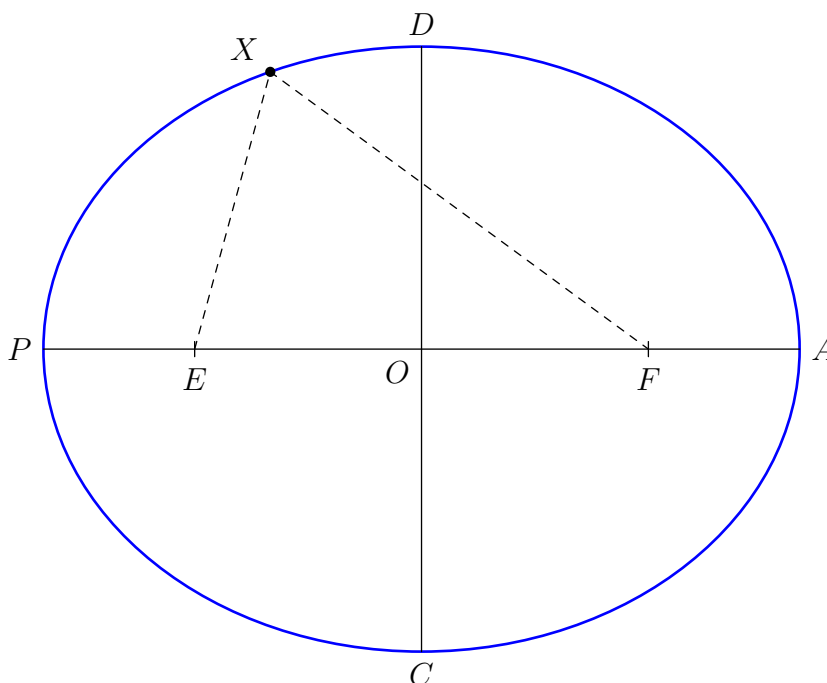
(max. 20 bodů)

Johannes Kepler (1571–1630) za svého života objevil celkem tři zákony popisující pohyby planet ve Sluneční soustavě, my se podrobněji podíváme na první z těchto zákonů. Tento zákon Kepler publikoval ve svém díle *Astronomia nova* v roce 1609 a jeho české znění je:

Planety obíhají kolem Slunce po eliptických drahách, v jejichž jednom společném ohnisku je Slunce.

V zákonu se vyskytuje křivka zvaná **elipsa**, abychom tedy rozuměli znění zákona, který je starý více než 400 let, prozkoumáme tuto křivku. Jistě znáte kružnici, ale jak zní vlastně její definice? Kružnice je množina všech bodů v rovině, které mají od daného bodu (kterému říkáme střed kružnice) stejnou vzdálenost. Tuto vzdálenost nazýváme poloměrem kružnice. Pro sestrojení kružnice tedy musíme znát její střed a poloměr. Jaká je však definice elipsy a co pro její sestrojení potřebujeme znát? Elipsa je množina všech bodů v rovině, které mají od dvou daných bodů (kterým říkáme **ohniska elipsy**) stejný součet vzdáleností. Na sestrojení elipsy tedy potřebujeme znát její dvě ohniska a pak jeden rozměr, který představuje dvojnásobek délky hlavní poloosy elipsy (tento pojem vysvětlíme dále). Délku hlavní poloosy elipsy budeme značit a . Elipsu máme znázorněnou na obrázku 3. Body E a F jsou ohniska elipsy, O je střed elipsy. Pro libovolný bod X elipsy podle její definice tedy platí (v obrázku 3 je tento fakt naznačen čárkovanou čarou)

$$|XE| + |XF| = 2a.$$



Obrázek 3: Elipsa. Význam jednotlivých bodů je vysvětlen v textu.

Na elipse najdeme 4 význačné body: bod P , který má k ohnisku E nejbližší (a je nejbližším bodem od ohniska F), bod A , který má k ohnisku F nejbližší (a je nejbližším bodem od



Krajské kolo 2024/25, domácí, kategorie GH (6. a 7. třída ZŠ)

ohniska E), body C a D pak mají od obou ohnisek stejnou vzdálenost. I pro tyto body platí definice elipsy, neboli

$$|PE| + |PF| = 2a.$$

Díky této rovnosti pak platí (můžete si to zkusit rozmyslet), že

$$|PO| = a = |AO|,$$

a proto

$$|PA| = 2a.$$

Úsečka PA se nazývá **hlavní osa elipsy**, úsečkám PO a AO říkáme **hlavní poloosy elipsy** (odtud pak plyne název pro veličinu a).

Vzdálenost ohnisek E a F od středu O budeme značit e , tato veličina se odborně nazývá **výstřednost (excentricita) elipsy**. Pokud bychom ohniska E a F k sobě přibližovali, výstřednost by klesala a při jejich splynutí (tedy v situaci kdy $E = F = O$) by byla výstřednost nulová a z elipsy by se stala kružnice. Samotná hodnota výstřednosti pro posouzení, jak moc je elipsa odlišná od kružnice, nestačí, protože o tom také rozhoduje délka hlavní poloosy a (obě tyto veličiny představují určité vzdálenosti a samotná hodnota, např. $e = 15$ km, nám bez znalosti hodnoty a nic neřekne). Proto se zavádí **číselná výstřednost ε (numerická excentricita)**, jedná se o písmeno epsilon z řecké abecedy), která je definovaná jako

$$\varepsilon = \frac{e}{a}.$$

Číselná výstřednost je bezrozměrná veličina (neboli je to jen číslo bez jednotky) a pro elipsu může nabývat hodnot mezi nulou a jedničkou, v případě kružnice by pak byla nulová. Pokud tedy chceme rozhodnout, zda se nějaká elipsa blíží kružnici, řekne nám to právě hodnota ε , která by měla být blízká nule. Elipsa na obrázku 3 má číselnou výstřednost $\varepsilon = 0,6$.

A nyní víme vše potřebné pro zkoumání prvního Keplerova zákona. Ten tedy říká, že všechny planety obíhají po eliptických drahách a v jejich společném ohnisku je Slunce. Nabízí se ihned otázka, když už víme, že elipsa má dvě ohniska, co je v druhém ohnisku eliptických drah planet? Nic! Eliptické dráhy planet mají v jednom ohnisku Slunce a druhé ohnisko nás vůbec nemusí zajímat. Když si elipsu z obrázku 3 nakreslíme znovu, do ohniska E umístíme Slunce S , ohnisko F vynecháme, pak bod P představuje bod na eliptické dráze planety, kdy je planeta Slunci nejbližší, a naopak v bodě A je planeta od Slunce nejdále – viz obrázek 4. Bod P se nazývá **perihélium (přísluní)**, bod A **afélium (odsluní)** a pro tyto body platí

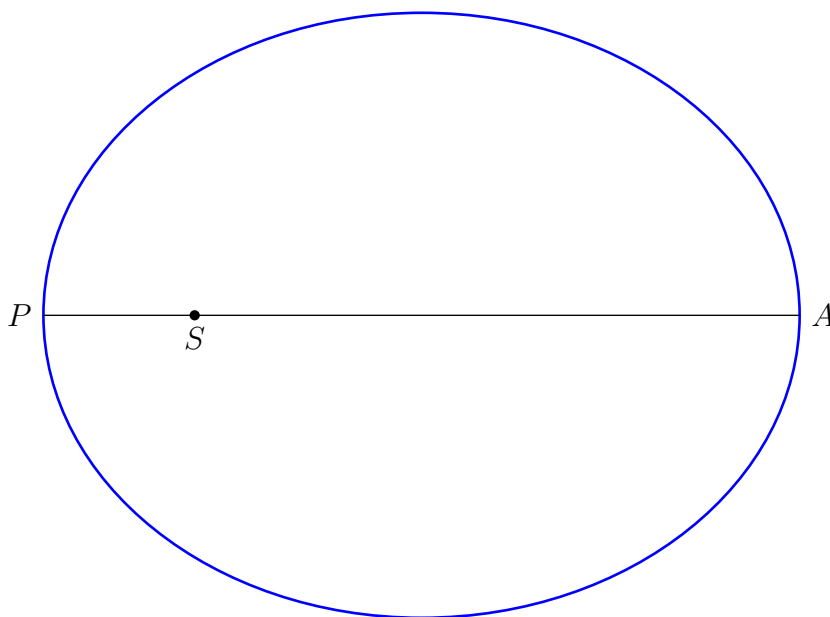
$$|PS| = a - e = a - a\varepsilon = a(1 - \varepsilon),$$

$$|AS| = a + e = a + a\varepsilon = a(1 + \varepsilon).$$

Hodnoty číselné výstřednosti pro jednotlivé planety:

Merkur	Venuše	Země	Mars	Jupiter	Saturn	Uran	Neptun
0,206	0,007	0,017	0,093	0,048	0,055	0,046	0,009

Krajské kolo 2024/25, domácí, kategorie GH (6. a 7. třída ZŠ)



Obrázek 4: Eliptická dráha planety. Význam jednotlivých bodů je vysvětlen v textu.

K výpočtům v celé úloze využijte JEN A POUZE údaje z tabulky Astronomické olympiády pro kategorii GH. Všechny potřebné výpočty zapiš, pouhý správný výsledek bez postupu neuznáváme!

a) Vypočítej vzdálenosti planet od Slunce v jejich perihéliích r_p a aféliích r_a a výsledky uveď přehledně do tabulky, potřebné hodnoty a vzorce zapiš do připraveného místa pod tabulkou (uveď jen výpočty pro Merkur, pro ostatní planety opakující se výpočty nepiš). Výsledky uveď v astronomických jednotkách a v násobcích miliónů km, všechny výsledky zaokrouhli na tři platné číslice.

planeta	r_p v au	r_a v au	r_p v miliónech km	r_a v miliónech km
Merkur				
Venuše				
Země				
Mars				
Jupiter				
Saturn				
Uran				
Neptun				



Krajské kolo 2024/25, domácí, kategorie GH (6. a 7. třída ZŠ)

Místo pro výpočty pro planetu Merkur:

b) Dále budeme předpokládat, že všechna perihélia a afélia všech planet leží na jedné společné přímce se Sluncem, přičemž všechna perihélia leží na jedné straně od Slunce a všechna afélia na druhé. Vypočítej, v jaké nejmenší a v jaké největší vzdálenosti se od Země mohou nacházet Venuše a Mars. Výsledky uveď v miliónech km.



Krajské kolo 2024/25, domácí, kategorie GH (6. a 7. třída ZŠ)

D Pozorování – pravé poledne

(max. 20 bodů)

POKYNY: Velmi doporučujeme praktickou úlohu neodkládat na poslední dny před uzávěrkou (hlavně kvůli počasí). **Řešení (nebo alespoň snaha o řešení) praktické úlohy je nutnou podmínkou pro postup do finále Astronomické olympiády.**

Občanský čas, který ukazují naše hodinky, běží rovnoměrně. Slunce, jehož poloha na obloze určuje čas na slunečních hodinách, se však pohybuje na obloze nerovnoměrně, a proto se pravý sluneční čas během roku může lišit od občanského času. Tvým úkolem bude změřit čas pravého poledne z pozorování délky stínu svislého ukazatele, tzv. *gnómonu*. K pozorování si musíš vyrobit jednoduchou pomůcku. Při její stavbě můžeš požádat o pomoc např. rodiče, pozorování však prováděj samostatně!

Návod na stavbu pozorovací pomůcky

Před zahájením stavby si nejprve důkladně přečti celý návod! Ke stavbě budeš potřebovat: podložku, papír s vytištěnými kružnicemi, lepidlo, špejli, rýsovací trojúhelník s pravým úhlem, v případě potřeby jehlu.

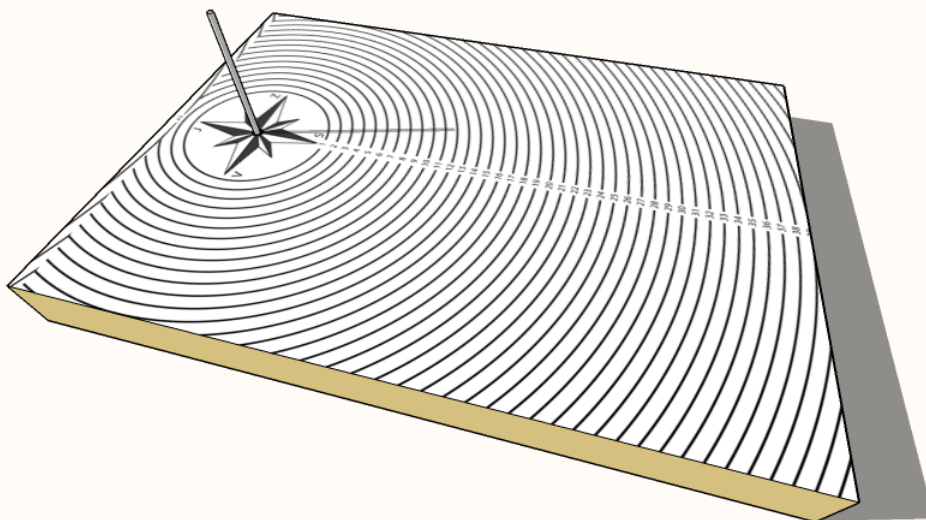
Pozorovací pomůcka je tvořena rovnou, dostatečně tlustou (alespoň 2 cm), ale zároveň poddajnou podložkou, aby do ní bylo možné zapíchnout špejli, která v ní bude stabilně držet. Vhodný je například polystyren, případně lze použít podložku slepenou z několika vrstev kartonu. Podložka by měla mít rozměry alespoň jako list formátu A4.

Na plochu podložky nalep vytištěný list papíru s kružnicemi, který je přílohou tohoto zadání jako samostatný obrázek. Papír nesmí být pokroucený, ani se při lepení nesmí objevit bubliny zachyceného vzduchu (pokud by se při nalepování papíru bubliny objevily, je dobré papír v místě bubliny propíchnout jehlou a vzduch z bubliny vytlačit ven – papír se pak dobře přilepí a drobný vpich ničemu nevadí).

Jako svislý ukazatel – gnómon – slouží špejle, zkrácená na potřebnou délku. Na konci, kterým se bude špejle zapichovat do podložky, je vhodné špejli zašpičatit (běžně se také prodávají špejle se špičkou). Pro formát papíru A4 je vhodná délka okolo 6 cm nad rovinou papíru. Důležité je, aby konec stínu gnómonu v poledních hodinách dopadal na papír s kružnicemi přibližně do jedné čtvrtiny od zadního (severního) konce papíru – délku špejle tomuto požadavku přizpůsob. Špejli je nutné zapíchnout přesně do středu směrové růžice. Dále je nutné dodržet, aby byla špejle zapíchnutá do podložky ve směru přesně kolmém na rovinu papíru. K tomu lze využít rýsovací trojúhelník s pravým úhlem. Špejli je nutné do podložky zapíchnout dostatečně hluboko, aby stála pevně a neměla snahu padat nebo měnit svůj sklon vůči podložce. S tloušťkou podložky počítej při zkracování špejle na správnou délku ještě před jejím zapíchnutím.

Umístění pozorovací pomůcky před pozorováním

U pozorovací pomůcky je nutné zajistit přibližnou orientaci podle světových stran pomocí kompasu. Dále je nutné zajistit, aby stín gnómonu od 10:30 do 13:30 dopadal na papír nalepený na podložce. Směry na světové strany jsou vyznačeny u směrové růžice. Pozorovací pomůcku umístí na místo osvětlené poledním sluncem. Hodí se například parapet okna směřujícího k jihu, nebo jakékoli stabilní místo, které má otevřený výhled na jižní oblohu. Při umístění pomůcky musíš zařídit, aby byla rovina papíru s kružnicemi vodorovná. Toho lze dosáhnout například podložení rohů destičky papírem. To, zda je rovina papíru vodorovná, můžeš zkontrolovat pomocí kuličky. Pokud kulička nebude mít snahu se z papíru kutálet pryč, je papír vodorovný (pokud máš k dispozici vodováhu, kuličku používat nemusíš). Během měření se pozorovací pomůcka nesmí posunout, v případě nutnosti ji zajisti

Krajské kolo 2024/25, domácí, kategorie GH (6. a 7. třída ZŠ)

Obrázek 5: Pozorovací pomůcka

proti posunutí (třeba kvůli větru, pokud budeš měřit venku). Nyní je pomůcka připravena a můžeš přistoupit k samotnému pozorování a měření.

Pozorování

Pro pozorování je nutné vybrat den, kdy bude během poledne slunečno. Je proto dobré sledovat předpověď počasí a pozorování si podle toho naplánovat. Pro pozorování musíš znát přesný občanský čas, který si můžeš zkontrolovat například na internetové stránce <http://www.presnycas.cz>. S pozorováním je dobré začít okolo 11:00. Sleduj stín gnómonu, a když se bude jeho konec přesně dotýkat jedné z kružnic na papíře, zaznamenej si čas, kdy k tomu došlo, a připiš číslo kružnice. Pokračuj ve sledování stínu a počkej ještě, až se bude stín postupně dotýkat dvou dalších kružnic. V pravé poledne bude stín nejkratší. Dále už se bude jen prodlužovat a opět projde stejnými kružnicemi jako na začátku měření, jen v opačném pořadí. Poznamenej si časy průchodů konce stínu stejnými kružnicemi, pro které máš zaznamenané časy průchodů před polednem. Až bude vše hotové, lze přistoupit k výpočtu času pravého poledne. Celkem musíš mít poznamenaná čísla 3 kružnic, kterých se stín dotýkal, a 6 časů (dva časy pro každou kružnici).

Výpočet času pravého poledne

Pravé poledne je okamžik, kdy gnómon vrhá nejkratší stín. Je to tedy okamžik přesně uprostřed mezi časy průchodu stínu dvěma místy stejné kružnice, která má střed v patě gnómonu. Při výpočtu proto hledáme čas přesně uprostřed mezi dvěma změřenými časy průchodů danou kružnicí. Aby se zvýšila přesnost určení přesného okamžiku pravého poledne, vypočítá se pak ještě průměrná hodnota z hodnot vypočtených pro tři jednotlivé kružnice.

Pro každou kružnici (označme je a , b , c) je známa dvojice časů průchodu stínu: T_1 = čas před polednem a T_2 = čas po poledni. Pro dílčí časy pak platí:

$$T_a = \frac{T_{a1} + T_{a2}}{2}$$

$$T_b = \frac{T_{b1} + T_{b2}}{2}$$

$$T_c = \frac{T_{c1} + T_{c2}}{2}$$



Krajské kolo 2024/25, domácí, kategorie GH (6. a 7. třída ZŠ)

Pro zprůměrování dílčích časů pak platí tento vztah:

$$T = \frac{T_a + T_b + T_c}{3},$$

který představuje čas pravého poledne. Nakonec ještě spočítej, o kolik minut se liší čas pravého poledne od „občanského“ poledne, tj. od času 12:00.

Pozorování prováděj samostatně. Identická pozorování více řešitelů budou brána jako opsaná (stejný čas, stejné místo, stejné parametry pozorovací pomůcky) a budou ohodnocena jako neplatná!

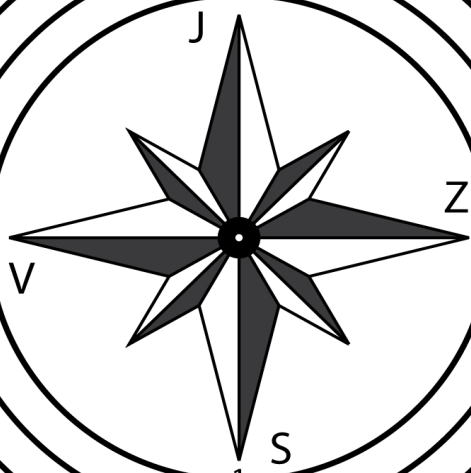
Do tabulky níže vyplň všechna svá pozorování a další požadované údaje. Čas udávej ve střeoevropském čase (SEČ/CET). Pokud pozorovací stanoviště adresu nemá, uveď jeho stručný popis, např. pole za městem apod. Zeměpisné souřadnice a nadmořskou výšku místa pozorování zjistíš buď pomocí GPS, nebo z většiny online map. Do popisu meteorologické situace uveď, zda byla obloha zcela jasná, či jen polojasná, zda během pozorování nastal příchod souvislé oblačnosti apod. U popisu pozorovací pomůcky uveď výšku gnómonu v mm, formát potisku (A4, A3, ...) a stručný popis umístění pozorovací pomůcky (na zemi, parapet okna, venkovní stůl...). K řešení připoj fotografii pozorovací pomůcky včetně jejího umístění. Návod na převod fotografie do formátu PDF a připojení konvertované fotografie ke scanu souboru s řešením (tj. na sloučení 2 souborů PDF) nalezneš v případě potřeby u instrukcí k řešení krajského kola, jež jsou dostupné po přihlášení na účet.

Místo pozorování				
Zeměpisné souřadnice a nadmořská výška místa pozorování				
Meteorologická situace				
Popis pozorovací pomůcky				
Výsledky pozorování				
	Číslo kružnice	T_1	T_2	T
1. kružnice				
2. kružnice				
3. kružnice				



Krajské kolo 2024/25, domácí, kategorie GH (6. a 7. třída ZŠ)

a) Uveď průměr časů pravého poledne. O kolik minut se liší čas tebou vypočteného pravého poledne od „občanského“ poledne?



- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 10
- 11
- 12
- 13
- 14
- 15
- 16
- 17
- 18
- 19
- 20
- 21
- 22
- 23
- 24
- 25
- 26
- 27
- 28
- 29
- 30
- 31
- 32
- 33
- 34
- 35
- 36
- 37
- 38
- 39
- 40
- 41
- 42
- 43