Astronomická olympiáda

SLEZSKÁ UNIVERZITA
FYZIKÁLNÍ ÚSTAV V OPAVĚ

Česká astronomická společnost
www.astro.cz
olympiada.astro.cz

Krajské kolo 2024/25, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)

Identifikace

Nezapomeňte na každý list dolů napsat svoje jméno. Neoznačené listy nebudou opraveny!

Student

jméno: příjmení:

email:

Škola

název: město: PSČ:

Hodnocení

A___ **B**___ **C**___ **D**___ **Σ** (100 b.) ___

Účast v AO se řídí organizačním řádem. Spolu s propozicemi aktuálního ročníku je k nalezení na `olympiada.astro.cz`.

Milé řešitelky, milí řešitelé,

vítáme vás u řešení úloh krajského kola kategorie CD 22. ročníku Astronomické olympiády!

Stejně jako v minulých letech na vás čeká přehledový online test (úloha A), dvě teoretické úlohy (B a C) a jedna praktická (úloha D). Vaše řešení budete i letos odevzdávat elektronicky skrze webové rozhraní.

Neformální dění okolo olympiády můžete sledovat na naší Facebookové stránce a také na Instagramu. Prostřednictvím zpráv je zde možné klást dotazy přímo Ústřední komisi.

I letos stojí za to si připomenout celou řadu astronomických událostí a pokud tak učiníte kliknutím na přiložené odkazy, jistě se něco zajímavého dozvíte! Některé se staly inspirací pro zadání úloh tohoto kola:

- *v roce 2024 uplynulo 380 let od prvního popisu a konstrukce analematických slunečních hodin francouzským astronomem Vaulezardem,*
- *letos je také 350. výročí úmrtí skotského matematika a astronoma Jamese Gregoryho, který navrhl jeden z prvních parabolických dalekohledů.*

V roce 2024 byl zahájen národní projekt ***Česká cesta do vesmíru****, jehož cílem je mimo jiné podnítit zájem žáků a studentů o studium technických a přírodovědných oborů. V rámci spolupráce tak najdete i v Astronomické olympiádě některé zajímavé otázky či úlohy, které se projektu týkají. Více se můžete dozvědět na webu* `https://www.vzhurudovesmiru.cz/`*, kde najdete řadu dalších zajímavých soutěží a výzev, do kterých se můžete zapojit!*

Přejeme vám bystrou mysl a mnoho příjemných chvil při řešení všech úloh! ☺

Ústřední komise Astronomické olympiády

Důležité kontakty:

- Internetové stránky a e-mail Astronomické olympiády:
  `http://olympiada.astro.cz`, `olympiada@astro.cz`
- Webová adresa se základními pokyny ke krajskému kolu:
  `https://olympiada.astro.cz/aktualni-rocnik/krajske-kolo`

Termín odeslání: 21. 3. 2025

Celkem lze v krajském kole získat maximálně **100 bodů**. Do celostátního kola postupuje 20 nejlepších řešitelů krajských kol, **kteří získali nenulový počet bodů z praktické úlohy**.

Krajské kolo 2024/25, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)

A Přehledový test

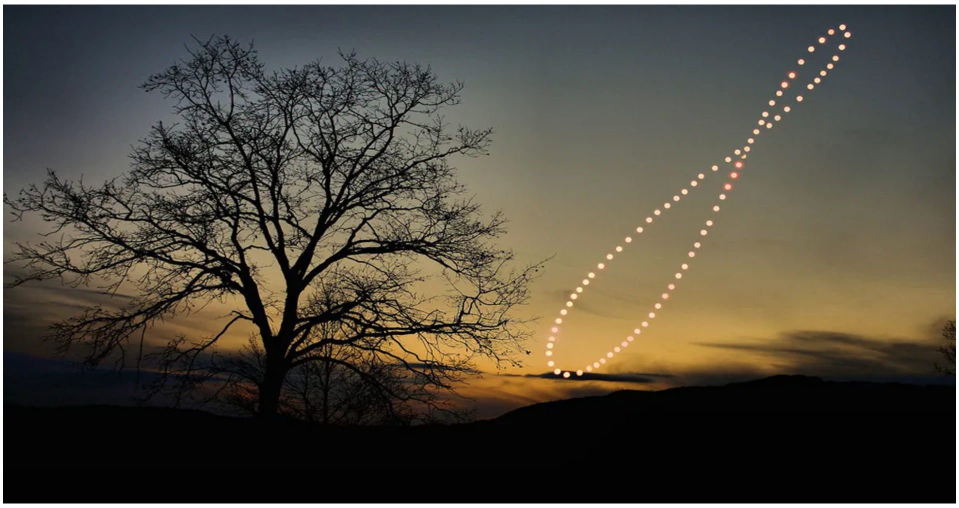
(max. 30 bodů)

POKYNY: Úvodní test se řeší online na http://olympiada.astro.cz/korespondencni. Přihlašovací údaje přišly úspěšným řešitelům školního kola e-mailem nebo je dostanete od svého učitele, který je může zjistit v sekci pro učitele na http://olympiada.astro.cz/ucitel. Velmi doporučujeme řešení testu neodkládat na poslední dny před uzávěrkou. U problémů s řešením testu oznámených po **14. 3. 2025** bohužel nemůžeme zaručit jejich včasné vyřízení. U každé otázky vyberte **právě jednu** správnou odpověď. Za správnou odpověď je 1 bod. V případě špatné nebo žádné odpovědi je za otázku 0 bodů.

B Analema

(max. 20 bodů)

Nadšený mladý astronom provedl dlouhodobý experiment, při kterém každý den z daného pozorovacího stanoviště na Zemi zaznamenával polohu Slunce na obloze ve *fixní místní střední sluneční čas*. [1] Pro specifikování polohy Slunce použil místní souřadnicový systém sestávající z deklinace δ objektu (tedy úhlové vzdálenosti objektu od nebeského rovníku) a jeho hodinového úhlu H (tedy úhlu, který svírá rovina procházející objektem a světovými póly s rovinou místního poledníku). Svá měření rovněž názorně vizualizoval tak, že Slunce během roku v daný čas fotil vzhledem k fixní scenérii objektů ve svém okolí. Složením (a interpolací) snímků vznikla fotografie, kterou vidíme na obrázku 1. Povšimněme si, že obrazy Slunce na ní vykreslují křivku ve tvaru číslice 8. Té říkáme *analema*.



Obrázek 1: Snímek vzniklý složením fotografií Slunce pořízených během roku ve fixní pásmový čas.

Jelikož našeho mladého astronoma zajímá, proč věci fungují tak, jak fungují, začal se pídit po důvodech, proč se vlastně poloha Slunce na obloze ve fixní pásmový čas v průběhu roku mění. Po důkladné rešerši literatury dospěl k následujícím závěrům: 1. ke změnám deklinace δ Slunce během

[1] Místní střední sluneční čas se od standardního pásmového času liší pouze o konstantní posun, který je plně určen zeměpisnou délkou pozorovatele a který pro nás v této úloze nebude relevantní.

roku dochází v důsledku nenulového sklonu ε roviny světového rovníku vůči rovině ekliptiky, 2. k variacím v hodinovém úhlu H Slunce v daný pásmový čas dochází v důsledku nerovnoměrností nárůstu rektascenze Slunce během roku. Tyto nerovnoměrnosti jsou pak zapříčiněny jak sklonem světového rovníku vůči ekliptice, tak nerovnoměrností pohybu Slunce po ekliptice kvůli nenulové excentricitě e oběžné dráhy Země.

Náš astronom si všiml, že deklinaci δ Slunce v závislosti na čase t během roku lze poměrně přesně popsat vztahem ve tvaru

$$\delta(t) \approx \delta_{\max} \sin(\Omega t + \varphi)\,, \tag{1}$$

kde $\delta_{\max}$ představuje maximální hodnotu deklinace, jaké mohou jednotlivé body na analemě nabývat. Zapomněl si však poznamenat, jakým způsobem můžeme parametry $\delta_{\max}$, Ω a φ určit pomocí známých veličin.

a) Určete parametry $\delta_{\max}$, Ω a φ funkce $\delta(t)$ dané vztahem (1) obecně pomocí sklonu $\varepsilon \doteq 23{,}44^\circ$ světového rovníku vůči ekliptice, siderické oběžné periody $P \doteq 365{,}256\,\mathrm{d}$ Země kolem Slunce a okamžiku t_Υ jarní rovnodennosti. [**3 b**]

Pro hodinový úhel H Slunce v danou hodnotu T_m místního středního slunečního času v závislosti na čase t během roku můžeme napsat vztah (platný dosazujeme-li ε a T_m v radiánech)

$$H(t) \approx -2e \sin\left[\Omega(t - t_\mathrm{p})\right] + \left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^2 \sin\left[k\Omega(t - t_\Upsilon)\right] + T_\mathrm{m}\,, \tag{2}$$

kde $e \doteq 0{,}016\,7$ je excentricita dráhy Země kolem Slunce a $t_\mathrm{p} \doteq t_\Upsilon - 78{,}2\,\mathrm{d}$ je okamžik průchodu Země perihéliem. Používáme přitom konvenci, kdy je $T_\mathrm{m} = 0\,\mathrm{h}$ v poledne místního středního slunečního času. Na pravé straně vztahu (2) můžeme zřetelně identifikovat příspěvek v důsledku elipticity dráhy Země (první člen) a rovněž příspěvek započítávající nerovnoměrnost změn rektascenze Slunce v důsledku nenulového sklonu světového rovníku vůči ekliptice (druhý člen). Rozdíl

$$\mathrm{EoT}(t) \equiv H(t) - T_\mathrm{m}$$

nazýváme *časová rovnice* (anglicky *equation of time*).

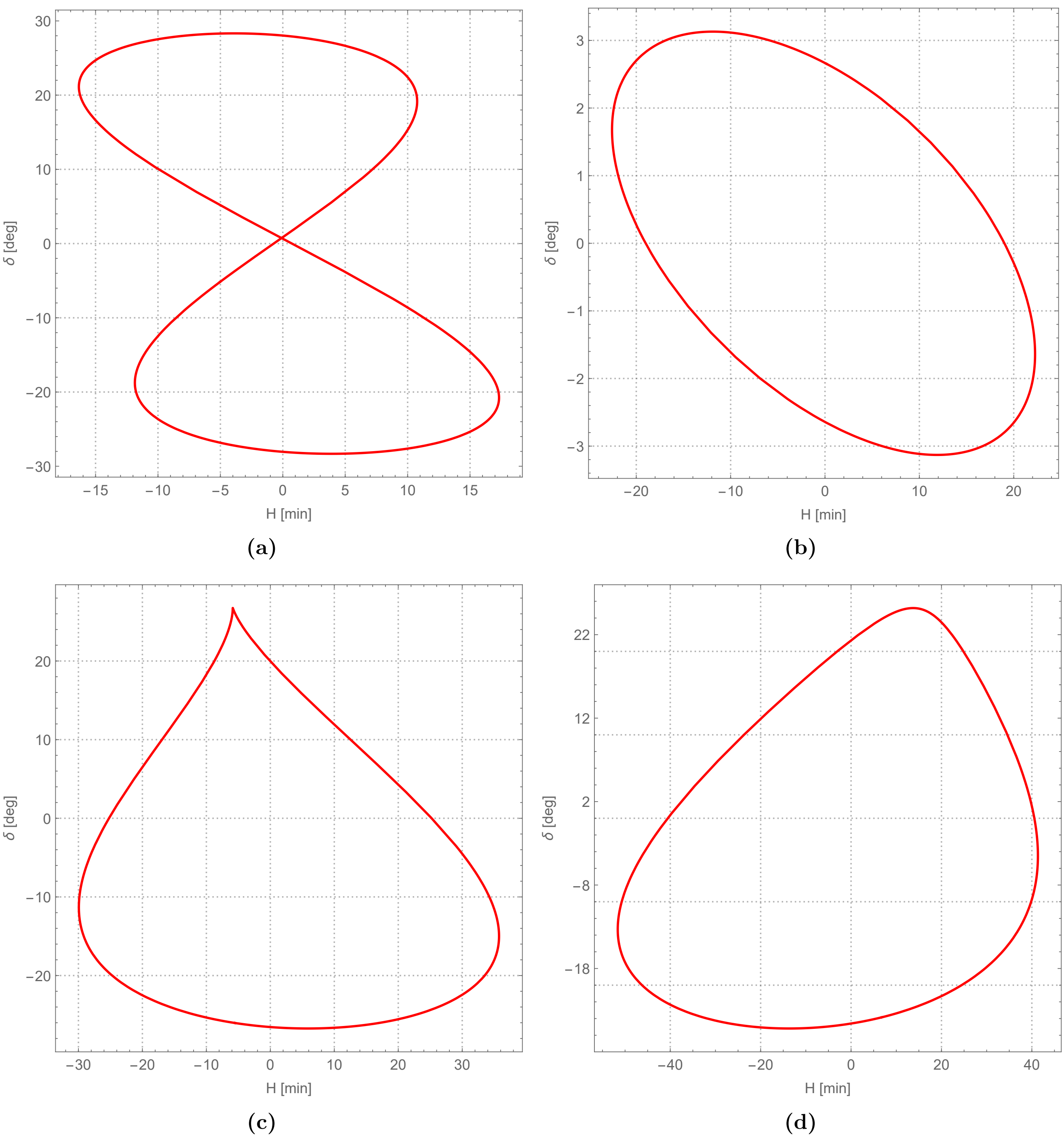
b) Určete hodnotu bezrozměrového parametru k, který vystupuje ve vztahu (2). Svoji odpověď důkladně zdůvodněte. [**2 b**]

c) Ručně nebo pomocí vhodného softwaru vykreslete v rovině (H, δ) křivku, kterou během roku opisují body $[H(t), \delta(t)]$, jejichž souřadnice jsou dány rovnicemi (1) a (2). Uvažujte situaci v pravé poledne místního středního slunečního času. Za předpokladu, že jarní rovnodennost nastala 20. března, vyznačte na křivce body, které odpovídají prvnímu dni v každém kalendářním měsíci (uvažujte nepřestupný rok). Výsledek porovnejte s tvarem analemy na obrázku 1. [**5 b**]

Poté, co důkladně zanalyzoval tvar sluneční analemy pozorované ze Země, napadlo našeho mladého astronoma prozkoumat, jaké analemy by mohl vidět z ostatních planet Sluneční soustavy.

d) K jednotlivým slunečním analemám na obrázku 2 (písmena (a) až (d)) přiřaďte odpovídající planetu Sluneční soustavy, ze které bychom danou analemu mohli v současnosti pozorovat. [**2 b**]

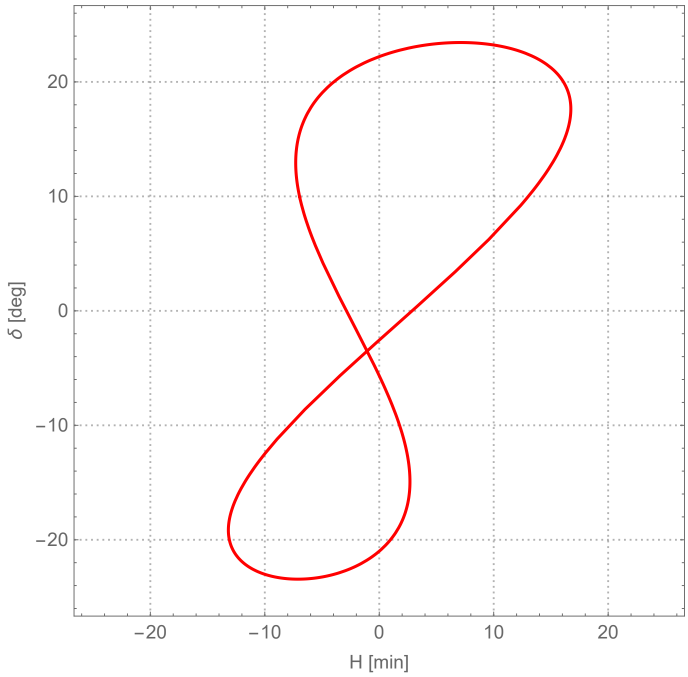
Vraťme se nyní zpět na Zemi. Našeho astronoma obzvláště zaujalo, že analema Slunce pozorovaná ze Země je křivka, která v jednom bodě protíná sama sebe.



Obrázek 2: Analemy Slunce pozorované ze čtyř planet Sluneční soustavy. Na vertikální ose jsou vyneseny hodnoty deklinace, která je definována vzhledem k rovině světového rovníku dané planety. Na horizontální ose vynášíme hodinový úhel Slunce v pravé poledne místního středního slunečního času pro pozorovatele na planetě.

Krajské kolo 2024/25, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)

e) Určete deklinaci $\delta_\times$ tohoto bodu obecně pomocí parametrů ε, e, Ω a rozdílu $\Delta_0 = t_\Upsilon - t_\mathrm{p} \doteq 78{,}2\,\mathrm{d}$ mezi okamžikem t_Υ jarní rovnodennosti a okamžikem t_p průchodu Země perihéliem. Číselnou hodnotu $\delta_\times$ ve stupních porovnejte s hodnotou, kterou můžete odečíst z vaší křivky v části c). Najděte rovněž časovou rovnici $\mathrm{EoT}_\times$ pro dny odpovídající průsečíku analemy samy se sebou (obecně i číselně v minutách). [**4 b**]



Obrázek 3: Analema Slunce pro pozorovatele ze Země v budoucnosti (pro hodnotu $T_\mathrm{m} = 0\,\mathrm{h}$).

f) V jakém roce budou lidé na Zemi moci pozorovat analemu, jejíž tvar (pro pravé poledne místního středního slunečního času) je znázorněn na obrázku 3? Uveďte nejbližší rok v budoucnosti. [**4 b**]

Nápověda: Můžete například začít určením polohy průsečíku analemy samy se sebou. Můžete také předpokládat následující:

- Jarní bod se rovnoměrně posouvá po ekliptice ve směru klesající rektascenze tak, že jeden kompletní „oběh“ vykoná za $\Pi_\Upsilon = 25\,700\,\mathrm{let}$ (tzv. Platónský rok).
- Přímka apsid oběžné dráhy Země kolem Slunce (spojnice perihélia a afélia) se rovnoměrně stáčí ve směru oběhu Země s periodou $\Pi_\mathrm{aps} = 112\,000\,\mathrm{let}$.
- Excentricita e, sklon ε i perioda P oběhu Země kolem Slunce jsou na časové škále dané periodami Π_Υ a Π_aps přibližně konstantní.

Krajské kolo 2024/25, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)

C Koma

(max. 20 bodů)

Letos si připomeneme 350 let od smrti skotského matematika a astronoma Jamese Gregoryho. Mezi jeho objevy patří zrcadlový dalekohled s parabolickým primárním zrcadlem[2] Výhodou Gregoryho dalekohledu je, že netrpí sférickou ani chromatickou vadou.

V této úloze prozkoumáme optickou vadu dalekohledů, které říkáme *koma*. Ta způsobuje deformaci obrazu objektů, které se zobrazují mimo optickou osu. Například bodový zdroj, od něhož paprsky přichází pod nenulovým úhlem vzhledem k optické ose, by se v důsledku této vady v ohniskové rovině nezobrazil do jednoho bodu, ale utvořil by nezaostřenou skvrnu.

Konkrétně se zaměříme na systémy obsahující parabolické zrcadlo popsané rovnicí $x^2 + y^2 = 4fz$, kde f je ohnisková vzdálenost. Paraboloid definovaný touto rovnicí má optickou osu rovnoběžnou s osou z. Parabolické zrcadlo všechny paprsky přicházející rovnoběžně s optickou osou odrazí do ohniska.

Pro výpočty v této úloze se nám bude hodit součtový vzorec

$$\operatorname{tg}(\psi \pm \phi) = \frac{\operatorname{tg}\psi \pm \operatorname{tg}\phi}{1 \mp \operatorname{tg}\psi \operatorname{tg}\phi} \tag{3}$$

pro funkci tangens, z něhož plyne vzorec

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{2\operatorname{tg}\psi}{1 - \operatorname{tg}^2\psi} \tag{4}$$

pro tangens dvojnásobného úhlu.

a) Zaveďme veličinu $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, která označuje kolmou vzdálenost od optické osy. Jak závisí vzdálenost $h = z(r)$ paraboly nad rovinou (x, y) na poloměru r? Taktéž narýsujte graf závislosti $h = z(r)$ pro parabolu s ohniskovou vzdáleností $f = 1\,\mathrm{m}$. [**5 b**]

V každém bodě povrchu paraboloidu můžeme zkonstruovat rovinu tečnou k povrchu a definovat úhel α mezi touto tečnou rovinou a mezi rovinou (x, y).

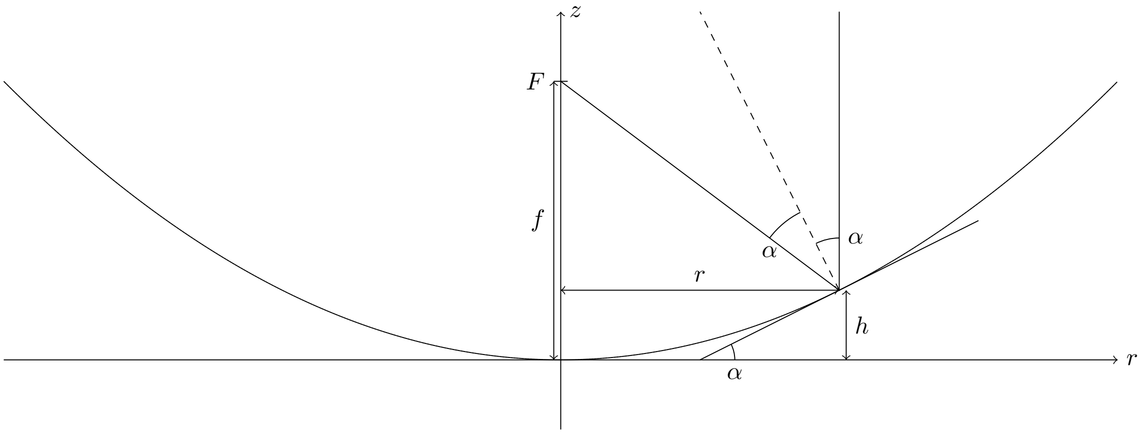
b) Jak závisí úhel α na vzdálenosti $\sigma \equiv r/(2f)$ bodu od optické osy, kterou měříme v jednotkách dvojnásobku ohniskové vzdálenosti f? [**4 b**]

Nápověda: Můžete použít znalost, že paprsky rovnoběžné s optickou osou se odráží do ohniska paraboly, jak je naznačeno na obrázku 4.

Jak ale vidíme na obrázku 5, paprsky dopadající pod nenulovým úhlem β (úhel je velmi malý) vzhledem k optické ose se do ohniska neodrazí: místo toho vytvoří v ohniskové rovině plošný obrazec a dají tak za vznik optické vadě koma. Pro zjednodušení výpočtů se nyní ze tří rozměrů přesuneme do dvourozměrné roviny (y, z) (která je dána podmínkou $x = 0$). Uvažujme tedy, že nyní všechny fotony přilétají jen v rovině (y, z).

V ohniskové rovině dalekohledu (rovina kolmá na optickou osu procházející ohniskem) je umístěn CCD čip. Foton letící v rovině (y, z) svírá s optickou osou úhel β a dopadá na parabolické zrcadlo ve vzdálenosti r od osy, odrazí se, a dopadne na CCD čip ve vzdálenosti ρ od osy. Tato situace je znázorněna na obrázku 5. Používáme znaménkovou konvenci, že pro paprsky přilétající zprava

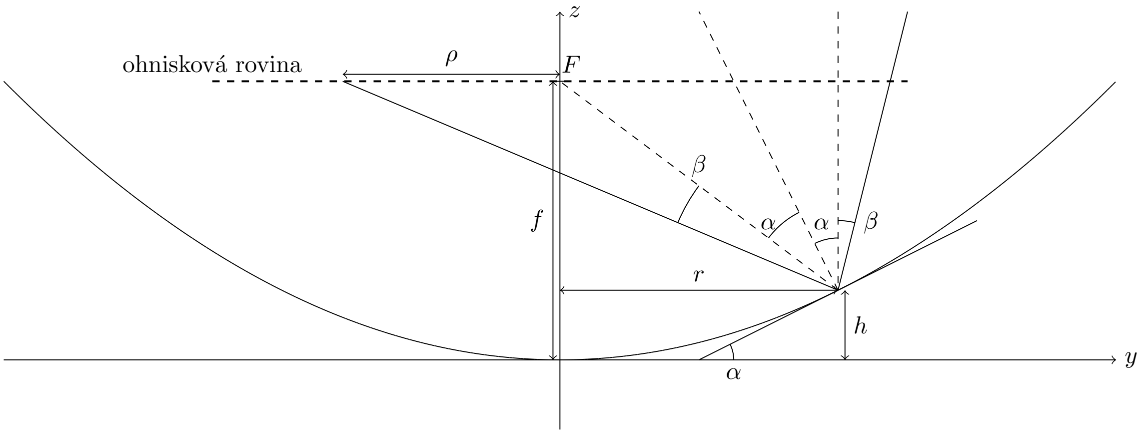
[2] https://cs.wikipedia.org/wiki/Gregoryho_dalekohled



Obrázek 4: Zákon odrazu na parabolickém zrcadle. Paprsky přilétající rovnoběžně s optickou osou se odráží do ohniska.

k optické ose je $\beta > 0$, pro bod odrazu vpravo od optické osy je $r > 0$ a pro bod dopadu na ohniskové rovině vpravo od optické osy je $\rho > 0$. Pro situaci na obrázku 5 tedy platí $\beta > 0$, $r > 0$, $\rho < 0$.

c) Najděte obecný vztah pro poměr ρ/f pomocí β a σ. [**5 b**]



Obrázek 5: Paprsek přilétající pod úhlem β k optické ose v rovině (y, z).

d) Používáme dalekohled s parabolickým zrcadlem o průměru $D = 20\,\mathrm{cm}$ a ohniskovou vzdáleností $f = 1\,\mathrm{m}$. Pozorujeme hvězdu v úhlové vzdálenosti $\beta = 0°30'$ od optické osy. Jaká bude poloha ρ_0 a průměr $\Delta\rho$ obrazu hvězdy v důsledku komy ve směru osy y na CCD čipu? [**6 b**]

D Diferenciální rotace Slunce

(max. 30 bodů)

Cílem této úlohy je prozkoumat rotaci Slunce. Hvězdy nerotují jako tuhá tělesa, úhlová rychlost rotace závisí na hloubce pod povrchem a vzdálenosti od rovníku. My se zaměříme na měření rychlosti rotace povrchu. Slunce můžete považovat za dokonalou kouli s poloměrem $R_\odot = 695\,700\,\mathrm{km}$ rotující kolem osy, jejíž směr je v prostoru na časové škále let neměnný. Osa je skloněná o $7{,}25°$ od kolmice k rovině oběžné dráhy Země. Během roku tedy můžeme ze Země pozorovat různé části povrchu Slunce.

Jednou z metod měření rychlosti rotace Slunce je sledování pohybu útvarů na jeho povrchu. Použijeme data ze sondy SDO, která se nachází na geosynchronní dráze Země. Sonda disponuje přístrojem HMI (Helioseismic and Magnetic Imager), který měří intenzitu fotosféry kolem absorpční čáry železa na vlnové délce 617,3 nm. To nám umožní vidět sluneční skvrny, které díky své nízké teplotě vyzařují podstatně méně ve viditelné oblasti spektra.

K vizualizaci dat můžete použít webovou aplikaci na adrese `https://helioviewer.org/`. Kliknutím na tlačítko *Data Sources* v levé části obrazovky otevřete nastavení pohledu. V sekci *Images* zvolte observatoř SDO, přístroj HMI a měřenou veličinu continuum. V sekci *Observation Date* můžete měnit datum a čas zobrazeného snímku. V horním panelu jsou zobrazeny souřadnice kurzoru myši. Lze přepínat mezi různými systémy, v této úloze si vystačíte s výchozími souřadnicemi HPC (Helioprojective Cartesian coordinates). Jedná se o úhlové souřadnice s počátkem ve středu Slunce. Úhel je měřený z pohledu pozorovatele na SDO (na Zemi). Osa θ_y je orientována podél projekce rotační osy Slunce do roviny obrázku, osa θ_x je na ni kolmá.

Zaveďme nyní kartézské souřadnice s počátkem ve středu Slunce v rovině obrazu z SDO, kde osy x a y jsou orientované ve směru os θ_x a θ_y. Vyjádříme-li θ_x a θ_y ve stupních, pak platí převodní vztahy

$$x \approx D_\odot \frac{\pi}{180°} \theta_x \,,$$

$$y \approx D_\odot \frac{\pi}{180°} \theta_y \,,$$

kde $D_\odot$ je vzdálenost Slunce od Země v okamžiku pozorování.

Zaveďme druhou souřadnou soustavu, a to úhel $\beta \in [-90°; 90°]$ měřený směrem od rovníku k pólům a úhel α měřený podél rovnoběžek od bodu východu, tedy bodu, kde se pro pozorovatele z SDO objevují vlivem rotace vycházející útvary na povrchu Slunce.

Dvakrát do roka prochází osa rotace Slunce rovinou obrazu. V tu dobu je snadné převádět mezi souřadnicemi x, y a α, β. Rovnoběžky pak mají konstantní hodnoty nejen β, ale i y a θ_y. Všechna pozorování tedy budeme dělat, pokud možno, blízko dnům, kdy je osa rotace Slunce v rovině obrazu. K tomu dochází kolem 6. června a 7. prosince.

a) Najděte obecné vztahy pro α a β pomocí x a y platné kolem výše popsaných dní. [**4 b**]

b) Sledujte alespoň 10 různých slunečních skvrn po dobu jejich viditelnosti během jedné periody rotace Slunce. Měření provádějte pro různé hodnoty β. Pokuste se pokrýt co možná nejvyšší rozsah vzdáleností od rovníku, neměl by být problém najít skvrny kolem $|\beta| \approx 30°$. Pro každé měření uveďte datum, θ_x, θ_y, α, β a vzdálenost Země od Slunce použitou k převodu souřadnic.[3] Pro každou

[3] Vzdálenost Země od Slunce můžete dohledat na internetu, například pomocí `https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/`.

sledovanou skvrnu vypočítejte průměrné hodnoty $\bar{\beta}$ a úhlové rychlosti rotace povrchu Slunce $\bar{\omega}(\bar{\beta})$. **[15 b]**

Předpokládejte, že pro úhlovou rychlost rotace platí vztah

$$\omega(\beta) = \omega_{\mathrm{eq}} + A \sin^2 \beta \,, \tag{5}$$

kde ω_{eq} je úhlová rychlost rotace na rovníku a A je konstanta.

c) Určete hodnoty ω_{eq}, A a periody rotace na rovníku a blízko pólů Slunce. Odhadněte nejistotu měření. **[7 b]**

d) Diskutujte výsledky. **[4 b]**

Autorem přehledového testu A je kolektiv autorů AO. Úlohu B navrhli Radka Křížová a Jakub Vošmera, úlohu C navrhl Jindřich Jelínek, úlohu D navrhl David Kománek.