

Krajské kolo 2025/26, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)**Identifikace**

Nezapomeňte na každý list dolů napsat svoje jméno. Neoznačené listy nebudou opraveny!

Student

jméno: _____ příjmení: _____

email: _____

Škola

název: _____

město: _____

PSČ: _____

HodnoceníA _____ B _____ C _____ D _____ Σ (100 b.) _____

Účast v AO se řídí organizačním řádem. Spolu s propozicemi aktuálního ročníku je k nalezení na olympiada.astro.cz.

Milé řešitelky, milí řešitelé,

vítáme vás u řešení úloh krajského kola kategorie CD 23. ročníku Astronomické olympiády!

Stejně jako v minulých letech na vás čeká přehledový online test (úloha A), dvě teoretické úlohy (B a C) a jedna praktická (úloha D). Vaše řešení budete i letos odevzdávat elektronicky skrze webové rozhraní.

Neformální dění okolo olympiády můžete sledovat na naší [Facebookové stránce](#) a také na [Instagramu](#). Prostřednictvím zpráv je zde možné klást dotazy přímo Ústřední komisi.

I letos stojí za to si připomenout celou řadu astronomických událostí a pokud tak učiníte kliknutím na přiložené odkazy, jistě se něco zajímavého dozvíte! Některé se staly inspirací pro zadání úloh tohoto kola:

- 5. září uplyne 120 let od úmrtí [Ludwiga Boltzmann](#)a, zakladatele statistické fyziky.
- 17. dubna 2026 uplyne 105 let od narození amerického astronoma [Harolda Johnsona](#), který je známý pro zavedení [fotometrického systému UBV](#).

Z předpověditelných astronomických úkazů v roce 2026 zmiňme především zatmění Slunce, které nastane 12. srpna a které bude z ČR pozorovatelné ve večerních hodinách jako částečné. V maximální fázi bude měsíční kotouč zakrývat 86 procent disku Slunce. Úplná fáze zatmění bude pozorovatelná především ze Španělska, ale také z Islandu a Grónska. Do roku 2030 se dočkáme ještě dalších 3 částečných zatmění Slunce, počínaje následujícím rokem (2. srpna 2027).

Přejeme vám bystrou mysl a mnoho příjemných chvil při řešení všech úloh! ☺

Ústřední komise Astronomické olympiády

Důležité kontakty:

- Internetové stránky a e-mail Astronomické olympiády:
<http://olympiada.astro.cz>, olympiada@astro.cz
- Webová adresa se základními pokyny ke krajskému kolu:
<https://olympiada.astro.cz/aktualni-rocnik/krajske-kolo>

Termín odeslání: 22. 3. 2026

Celkem lze v krajském kole získat maximálně **100 bodů**. Do celostátního kola postupuje 20 nejlepších řešitelů krajských kol, **kterí získali nenulový počet bodů z praktické úlohy**.

Krajské kolo 2025/26, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)**A Přehledový test***(max. 30 bodů)*

POKYNY: Úvodní test se řeší online na <http://olympiada.astro.cz/korespondencni>. Přihlašovací údaje přišly úspěšným řešitelům školního kola e-mailem nebo je dostanete od svého učitele, který je může zjistit v sekci pro učitele na <http://olympiada.astro.cz/ucitel>. Velmi doporučujeme řešení testu neodkládat na poslední dny před uzávěrkou. U problémů s řešením testu oznámených po **15. 3. 2026** bohužel nemůžeme zaručit jejich včasné vyřízení. U každé otázky vyberte **právě jednu** správnou odpověď. Za správnou odpověď je 1 bod. V případě špatné nebo žádné odpovědi je za otázku 0 bodů.

B Cesta do středu Slunce*(max. 30 bodů)*

Povrchová teplota Slunce je jedním z mála snadno měřitelných parametrů této hvězdy; přesto z ní lze za použití vhodného fyzikálního modelu odhadnout i teplotu jádra. Letos 5. září navíc uplyne 120 let od úmrtí Ludwiga Boltzmannova, jehož práce na statistické fyzice a termodynamice tvoří teoretický základ pro úvahy o vnitřní stavbě hvězd. V této úloze nejprve využijeme jednoduchý homogenní model k hrubému odhadu teploty slunečního jádra. Následně se pokusíme výsledek zpřesnit pomocí polytropického modelu založeného na hydrostatické rovnováze, který je již skutečné hvězdné struktury bližší.

V prvním nejtriviálnějším přiblížení si představme Slunce jako homogenní kouli ideálního jednoatomového vodíku (hmotnost jednoho atomu je $m_H \doteq 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg) o známém poloměru R a hmotnosti M . V takovém případě můžeme použít tzv. viriálový teorém, podle kterého je rozdělení celkové mechanické energie částic dáno vztahem

$$2U = -E_p,$$

kde U je vnitřní (kinetická) energie částic plynu, zatímco E_p je energie potenciální.

a) Vyhledejte vztahy pro kinetickou energii částic ideálního jednoatomového plynu a gravitační potenciální energii homogenní koule a vypočítejte teplotu Slunce dle homogenního modelu. **[3 b]**

Předchozí model však zanedbává jakékoli změny hustoty materiálu vyvolané působením gravitace či protipůsobícím tlakem plynu a záření. Bez gradientu hustoty je nulový i gradient teploty, tedy vypočtená hodnota by odpovídala teplotě celého Slunce. Model je tak od reality velmi daleko. Proto musíme vzít v potaz přesnější model, který bude uvažovat hydrostatickou rovnováhu plynu.

Tzv. polytropický model je jedním z jednodušších, ale již poměrně realistických modelů hvězd, který připouští pouze polytropický děj, při němž je měrná tepelná kapacita c hvězdného materiálu konstantní, avšak mění se všechny stavové veličiny (teplota, tlak a objem). Můžeme jej popsat rovnicí

$$pV^\gamma = \text{konst.},$$

kde p je tlak, V objem a γ polytropický koeficient. Ten lze vyjádřit jako

$$\gamma = \frac{c - c_p}{c - c_v} = \text{konst.},$$

Krajské kolo 2025/26, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)

kde c je již zmíněná měrná tepelná kapacita při konkrétním polytropickém ději, c_p při izobarickém a c_V při izochorickém ději (obecně $c_p \neq c_V$). Předpoklad konstantní měrné tepelné kapacity c však nutně znamená chemicky homogenní látku s konstantním stupněm ionizace. Předpokládejme opět Slunce tvořené jednoatomovým ideálním vodíkem o atomové hmotnosti m_H .

b) Jakým dějům odpovídají hodnoty měrné tepelné kapacity $c = 0$, $c = c_p$, $c = c_V$ a $c \rightarrow \infty$? Vysvětlete, proč. [2 b]

Nápověda: Mohla by se vám hodit stavová rovnice ideálního plynu $pV = NkT$, kde N je počet částic plynu, k Boltzmannova konstanta a T termodynamická teplota, a také Poissonův zákon adiabatického děje $pV^\kappa = \text{konst.}$, kde $\kappa = c_p/c_V$.

Nyní však potřebujeme upřesnit hodnotu γ . Pro pochopení vnitřní stavby je klíčové rozumět mechanismům přenosu energie. Jedním z nich je konvekce – proces, při kterém je teplo vynášeno makroskopickým pohybem hmoty, kdy horké bubliny plynu stoupají vzhůru a chladné klesají. Ve hvězdách tento proces nastupuje tam, kde záření nedokáže efektivně transportovat energii kvůli vysoké neprůhlednosti prostředí. V takovém případě lze hvězdu velmi dobře popsat adiabatickým modelem. Dále pak potřebujeme znát c_p a c_V . Obecně je měrná tepelná kapacita definovaná jako poměr tepla dodaného látce ΔQ potřebného pro změnu její teploty o ΔT , $c = \Delta Q/\Delta T$. Dle prvního termodynamického zákona pak platí $\Delta Q = \Delta U + p\Delta V$, kde ΔU je změna vnitřní (kinetické) energie látky a ΔV změna jejího objemu. Prozatím zanedbáme tlak záření.

c) Určete hodnotu γ pro tento model. [3 b]

Nápověda: Hodnota c by měla odpovídat adiabatickému ději.

d) Z rovnice pro polytropický děj ideálního plynu odvoďte závislost hustoty hvězdné hmoty na tlaku $\rho = \rho(p)$. Ve vztahu zahrňte všechny konstanty úměrnosti do jedné (neznámé) konstanty K . [1 b]

e) Podobně odvoďte závislost termodynamické teploty na hustotě $T = T(\rho)$. [2 b]

f) Vyjádřete gravitační zrychlení g pro hvězdnou hmotu ve vzdálenosti r od jádra pomocí hmotnosti $m_\uparrow$ ve vrstvách, které jsou od jádra vzdálenější než r , a celkové hmotnosti Slunce M . Pomocí něj vyjádřete rozdíl hydrostatických tlaků Δp mezi tenkými vrstvami vzdálenými $\Delta r \ll R$ při konstantní hustotě ρ mezi těmito vrstvami. [1 b]

Tímto jsme získali všechny rovnice stavby potřebné k numerickému výpočtu takového modelu, který můžete provést v libovolném programu (nejlépe v Pythonu, Originu, Excelu, atd.). Slunce si rozdělíte na X pomyslných sférických vrstev o stejné tloušťce Δr , přičemž první vrstva ($i = 0$) bude odpovídat slunečnímu povrchu a poslední vrstva ($i = X - 1$) slunečnímu jádru. Předpokládejte, že každá vrstva má svůj konstantní tlak, hustotu, teplotu a gravitační zrychlení, a že v rámci vrstvy platí závislosti odvozené z rovnice pro polytropický děj. Pro spuštění simulace budete ještě potřebovat okrajové podmínky:

- celková hmotnost Slunce $M = 1,99 \cdot 10^{30}$ kg,
- poloměr Slunce $R = 6,96 \cdot 10^8$ m,
- povrchová teplota $T_0 = 5\,770$ K.

g) Numericky vypočtete zadaný model Slunce pro ALESPON 100 vrstev a přiložte graf závislosti teploty, hustoty a tlaku na vzdálenosti vrstvy od jádra. Přiložte také všechny případné mezivýpočty. [6 b]

Krajské kolo 2025/26, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)

Nápověda: Neznámé konstanty K se lze zbavit opakovaným tipováním její hodnoty a následným porovnáním výsledku s vhodnou okrajovou podmínkou. Pro dostatečnou přesnost je třeba, aby byl rozdíl mezi zadanou a spočtenou hodnotou této okrajové podmínky alespoň o 4 řády menší než její hodnota. Je-li rozdíl větší, výpočet selže nebo vyjde nesmyslná hodnota. Pro tento model se bude hodnota K pohybovat v okolí 10^{-5} v SI jednotkách.

Nyní náš polytropický model povýšíme. Doposud jsme nepočítali se zářením, proto by předchozí model odpovídal spíše jádru Jupiteru než Slunce. V okolí jádra hvězd totiž dominuje transport tepla radiací nad konvekcí (zářivá zóna), kdežto ve vyšších vrstvách dominuje konvekce (konvektivní zóna). Obecně však už nemůžeme počítat pouze s adiabatickými ději. Dále zde již hraje nezanedbatelnou roli tlak záření, ačkoli oproti gravitačnímu tlaku plynu je stále malý. Tlak záření můžeme popsat rovnicí

$$p_r = \frac{1}{3}aT^4,$$

kde a je radiativní konstanta popsaná konstantami

$$a = \frac{4\sigma}{c} = \frac{8\pi^5 k^4}{15c^3 h^3}.$$

h) Za předpokladu, že se tlaky ideálního plynu a záření sčítají, napište stavovou rovnici pro směs ideálního jednoatomového plynu a záření. N a V vyjádřete pomocí ρ a m_H . [**1 b**]

i) Je-li poměr tlaku plynu a celkového tlaku $\beta = p_g/p = \text{konst.}$ (což si můžeme dovolit, jelikož tlak záření je řádově menší), vyjádřete celkovou hustotu $\rho = \rho(p)$ závislou POUZE na tlaku. Konstanty úměrnosti zahrňte do jedné nové neznámé konstanty K . [**3 b**]

Nápověda: Začněte vyjádřením termodynamické teploty.

j) Porovnejte tento výsledek s výsledkem z části **d)** a určete polytropický koeficient. [**1 b**]

k) Vyjádřete závislost termodynamické teploty na hustotě $T = T(\rho)$. Předpokládejte, že tlak záření je oproti tlaku plynu zanedbatelný. Výsledná závislost by měla obsahovat konstantu K , ale nikoli konstantu β . [**1 b**]

l) Numericky vypočítejte zadaný model Slunce pro ALESPOŇ 100 vrstev se stejnými okrajovými podmínkami jako u předchozího modelu. Přiložte graf závislosti teploty, hustoty a tlaku na vzdálenosti vrstvy od jádra a také všechny případné mezivýpočty. [**3 b**]

Nápověda: Model je opět velmi citlivý na hodnotu K , proto je třeba ji určit se stejnou přesností jako u minulého modelu. Pro tento model se bude hodnota K pohybovat mezi 10^{-7} a 10^{-8} v SI jednotkách.

m) Porovnejte a diskutujte výsledky všech modelů s reálnou hodnotou (resp. hodnotou zatím nejpresnějšího modelu). Jmenujte, čím především se ještě model liší od reality. [**3 b**]

Krajské kolo 2025/26, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)**C Zaprášený vesmír***(max. 15 bodů)*

Galaxie není prázdný prostor: mezihvězdné prostředí obsahuje prach a plyn, které pohlcují a rozptylují světlo hvězd. Tento jev, označovaný jako mezihvězdná extinkce, způsobuje, že vzdálené objekty pozorujeme slabší, než jaké ve skutečnosti jsou. Pokud by extinkce nebyla správně zohledněna, vedlo by to ke zkreslení odhadů vzdáleností hvězd i k mylnému obrazu struktury Galaxie, například tvaru a polohy spirálních ramen. Extinkce navíc silně závisí na vlnové délce; kratší vlnové délky jsou pohlcovány více než ty delší. Kvůli tomu pozorujeme také změnu barvy u vzdálených objektů: jeví se červenější, než ve skutečnosti jsou.

Tato skutečnost nám poskytuje dobrou metodu, jak extinkci určit: stačí nám změřit reálnou barvu vzdálené hvězdy a porovnat ji s barvou, kterou bychom očekávali na základě její spektrální třídy. Pozorovanou barvu hvězdy můžeme vyjádřit pomocí tzv. *barevného indexu* $B - V$. Jedná se o rozdíl měřených hvězdných velikostí při pozorování přes různé barevné filtry, zde konkrétně filtry B (blue) a V (visual) Johnsonova fotometrického systému UBV. Očekávanou barvu hvězdy udává tzv. *vlastní barevný index* $(B - V)_0 = B_0 - V_0$: jedná se o rozdíl v hvězdných velikostech B_0 a V_0 , které bychom naměřili, pokud by k žádné extinkci nedocházelo. Zčervenání pak kvantifikujeme pomocí tzv. *barevného excesu* $E(B - V)$, který definujeme jako rozdíl výše zmíněných barevných indexů, tedy

$$E(B - V) = (B - V) - (B - V)_0.$$

Naším cílem v této úloze bude ukázat, jaký je vztah mezi tímto zčervenáním $E(B - V)$ a celkovou extinkcí $A_V = V - V_0$ ve filtru V v případě, že je záření na cestě od zdroje k pozorovateli utlumen *difúzním mezihvězdným prostředím*. Matematicky řečeno tedy budeme hledat funkcionální vztah $A_V(E(B - V))$ mezi zčervenáním a extinkcí. Využijeme přitom tzv. *metodu variabilní extinkce* v rámci hvězd fixní otevřené hvězdokupy. Tato metoda byla navržena v 60. letech minulého století americkým astronomem Haroldem Johnsonem (jeho jméno nese i fotometrický systém UBV).

a) Vyjádřete pozorovaný modul vzdálenosti $V - M_V$ pomocí vzdálenosti r pozorovatele od zdroje a celkové míry extinkce A_V mezi zdrojem a pozorovatelem. Pomocí M_V jsme označili absolutní hvězdnou velikost zdroje, tedy hvězdnou velikost, kterou bychom pozorovali ve vzdálenosti 10 pc od zdroje, pokud by záření nebylo ovlivněno extinkcí. **[2 b]**

Z vašeho výsledku části a) by mělo být patrné, že jelikož můžeme pokládat vzdálenosti všech hvězd od pozorovatele v rámci jedné otevřené hvězdokupy za přibližně konstantní, potom jakékoliv pozorované variace v hodnotě veličiny $V - M_V$ mezi hvězdami v rámci hvězdokupy budou přímým odrazem měnících se hodnot mezihvězdné extinkce A_V ovlivňující hvězdy v hvězdokupě. Podaří-li se nám tedy na základě pozorování nezávisle určit hodnoty pozorovaného modulu vzdálenosti $V - M_V$ a zčervenání $E(B - V)$, bude graf $V - M_V$ v závislosti na $E(B - V)$ udávat tvar hledané funkce $A_V(E(B - V))$ (až na posunutí o konstantu ve vertikálním směru, které bude záviset na vzdálenosti hvězdokupy od pozorovatele).

Ve zbylé části úlohy se pokusíme vztah mezi celkovou extinkcí a zčervenáním určit na konkrétním příkladu otevřené hvězdokupy NGC 6823, nacházející se uprostřed mlhoviny NGC 6820 v souhvězdí Lištičky (obrázek 1)¹. Potřebné výstupy z pozorování hvězdokupy NGC 6823, konkrétně hvězdné velikosti B a V vybraných hvězd ve filtrech B a V (tj. fotometrická data) a také absolutní hvězdné

¹Je důležité podotknout, že obdobný vztah bychom dostali pro jakoukoliv jinou hvězdokupu nebo obecně pro

Krajské kolo 2025/26, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)



Obrázek 1: Mlhovina NGC 6820. Otevřenou hvězdokupu NGC 6823 vidíme poblíž středu snímku.

velikosti M_V ve filtru V a vlastní barevné indexy $(B - V)_0$ (určeny na základě klasifikace spekter), naleznete v tabulce 1. Data byla převzata z práce [Turner, D. G., A Study of the Extinction in the Young Open Cluster NGC 6823, JRASC 73, 74 \(1979\)](#).

Tabulka 1: Fotometrická a spektroskopická data pro otevřenou hvězdokupu NGC 6823.

$\frac{V}{\text{mag}}$	$\frac{B}{\text{mag}}$	$\frac{M_V}{\text{mag}}$	$\frac{(B-V)_0}{\text{mag}}$	$\frac{V}{\text{mag}}$	$\frac{B}{\text{mag}}$	$\frac{M_V}{\text{mag}}$	$\frac{(B-V)_0}{\text{mag}}$
9,34	9,9	-5,20	-0,32	12,06	12,60	-1,90	-0,26
9,97	10,66	-4,80	-0,32	12,11	12,61	-2,20	-0,24
10,96	11,21	-2,70	-0,25	8,73	9,39	-5,90	-0,25
11,07	11,51	-2,70	-0,25	10,72	11,06	-3,20	-0,26
12,87	13,32	-0,83	-0,20	10,99	11,44	-3,20	-0,26
13,55	13,93	0,49	-0,11	11,97	12,51	-2,20	-0,24
13,90	14,46	-0,03	-0,15	10,42	11,20	-4,50	-0,30
9,75	10,18	-4,50	-0,30	9,45	10,19	-5,20	-0,30
11,59	12,33	-3,50	-0,28	10,37	10,98	-4,20	-0,27
11,63	12,15	-2,55	-0,26	11,73	12,56	-3,50	-0,28
11,84	12,59	-3,10	-0,30	9,30	10,44	-4,00	0,62
11,91	12,64	-4,10	-0,31				

b) Pro každou hvězdu z tabulky 1 vypočítejte odpovídající hodnotu pozorovaného barevného indexu $B - V$, barevného excesu $E(B - V)$ a pozorovaného modulu vzdálenosti $V - M_V$. [4 b]

c) Data pro hvězdokupu NGC 6823 vyneste do grafu. Na horizontální osu vynášejte hodnoty $E(B - V)$, zatímco na vertikální osu vynášejte $V - M_V$ (obojí v mag). [5 b]

jakýkoliv jiný zdroj, jehož záření bylo ovlivněno extinkcí na difuzním mezihvězdném prostředí v Galaxii. Tvar tohoto vztahu je totiž do značné míry v rámci Galaxie *univerzální* (odchyly pozorujeme např. pro hustá molekulová oblaka, H II oblasti nebo galaktický střed) a lze jej tedy s výhodou využít pro určování celkové míry extinkce z hodnoty zčervenání.



Krajské kolo 2025/26, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)

Měli byste zjistit, že data přibližně odpovídají lineární závislosti. To znamená, že celková extinkce A_V ve filtru V závisí na barevném excessu $E(B - V)$ jako

$$A_V = R_V E(B - V)$$

pro nějaký koeficient R_V . Jeho hodnotu určíme jakožto směrnici přímky, kterou proložíme datové body grafu vykresleného v části c).

Chceme-li obecně z dat určit vztah mezi dvěma veličinami, hledáme takovou funkci, která je nejlepší aproximací všech bodů. V případě lineární závislosti, kde pro data (x_i, y_i) předpokládáme vztah

$$y = ax + b,$$

se nejčastěji používá metoda nejmenších čtverců. Jejím cílem je nalézt tzv. *regresní koeficienty* a a b tak, aby byl minimalizován součet

$$S = \sum_{i=1}^N (y_i - (ax_i + b))^2$$

čtverců odchylek naměřených hodnot od hodnot ležících na přímce. Minimální hodnoty dosáhne S pro koeficienty

$$a = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right) \left(\sum_{i=1}^N y_i \right)}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2}, \quad b = \frac{\sum_{i=1}^N y_i - a \sum_{i=1}^N x_i}{N}.$$

d) Určete hodnotu koeficientu R_V . Určete rovněž vzdálenost r hvězdokupy NGC 6823 v kpc. [4 b]

Krajské kolo 2025/26, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)**D V hledáčku: ISS***(max. 25 bodů)*

ISS je jedním z nejjasnějších objektů na noční obloze. V této úloze nebudeme jen obdivovat její přelet, ale využijeme pozorování k určení její vzdálenosti.

Vyhledejte si přelet ISS (např. na <https://www.heavens-above.com/>). Dejte si pozor, abyste měli správně nastavenou geografickou polohu! Vyberte takový přelet, kde ISS nad obzorem kulminuje ještě předtím, než zapadne do zemského stínu.

Pro pozorování si vytiskněte hvězdnou mapu aktuální pro čas přeletu. Doporučujeme využít přímo nástroj *Interactive sky chart* na webu Heavens-Above nebo software *Stellarium*.

a) Pozorujte přelet ISS. Do mapy co nejpřesněji zakreslete trajektorii ISS vůči okolním hvězdám. Určete úhlovou výšku ISS nad obzorem v okamžiku kulminace a její azimut (měřený od jihu). **[10 b]**

b) Uvažujte Zemi jako kouli o poloměru $R = 6371$ km. ISS obíhá ve výšce $h \approx 420$ km nad povrchem (přesnou hodnotu pro datum pozorování dohledejte a uveďte ji ve svém řešení). Odvoďte vztah pro výpočet přímé vzdálenosti d pozorovatele od satelitu (tzv. topocentrická vzdálenost) v závislosti na pozorované úhlové výšce nad obzorem ε (elevace). Kolik kilometrů byla od vás ISS vzdálená v okamžiku kulminace? **[3 b]**

c) Spočítejte úhlovou vzdálenost δ měřenou od středu Země (po hlavní kružnici) mezi bodem, ve kterém kulminuje ISS, a polohou pozorovatele v tentýž čas. **[2 b]**

d) Spočítejte inklinaci dráhy ISS i . **[7 b]**

Nápověda: Můžou se vám hodit tyto sférické trojúhelníky: jeden s vrcholy severní pól Země, pozorovatel, ISS a druhý s vrcholy severní pól Země, ISS, vertex dráhy (bod, kde má ISS nejvyšší zeměpisnou šířku).

e) Diskutujte výsledky a zdroje nejistoty, porovnejte váš výsledek měření se skutečnou hodnotou inklinace. Jak by bylo možné zpřesnit pozorování? **[3 b]**

Autorem přehledového testu A je kolektiv autorů AO. Úlohu B navrhl Tomáš Patsch, úlohu C navrhli Radka Křížová a Jakub Vošmera, úlohu D navrhli Jindřich Jelínek a David Kománek.