

**Finále 2025/26, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ) – řešení  
Analýza dat****Úlohy****G Zastřeno prachem***(max. 20 bodů)*

Mezihvězdný prostor není prázdný; vyplňuje ho řídká směs plynu a *prachu*. Mikroskopická prachová zrníčka mají rozměry srovnatelné s vlnovou délkou viditelného světla. Z tohoto důvodu rozptylují kratší (modré) vlnové délky mnohem efektivněji než ty delší (červené). Při průchodu světla prachovým mračnem tak dochází ke dvěma jevům současně: k celkovému zeslabení světla hvězdy (extinkci) a ke změně její barvy, tedy k tzv. *mezihvězdnému zčervenání*.

K přesnému měření barvy objektů používáme fotometrická pozorování v různých filtrech. V této úloze využijeme klasický *Johnsonův–Morganův systém* širokopásmových filtrů U (ultrafialový), B (modrý) a V (vizuální). Veličiny  $U$ ,  $B$  a  $V$  představují pozorované *hvězdné velikosti* v příslušných filtrech. Rozdílem hvězdných velikostí ve dvou filtrech získáme *barevný index*, zde konkrétně  $B - V$  a  $U - B$ . Míru zčervenání pak charakterizuje *barevný exces*, definovaný jako rozdíl

$$E(B - V) = (B - V) - (B - V)_0 \quad (1)$$

mezi pozorovanou a skutečnou (nezčervenalou) hodnotou indexu, kde dolní index 0 označuje původní hodnotu neovlivněnou mezihvězdným prachem. Obdobně můžeme zapsat barevný exces  $E(U - B)$ . Fyzikální vlastnosti prachu způsobují, že poměr těchto dvou excesů je téměř konstantní. V barevném diagramu se proto hvězdy vlivem zčervenání posouvají podél tzv. *přímky zčervenání* se směrnici

$$\frac{E(U - B)}{E(B - V)} \approx 0,72. \quad (2)$$

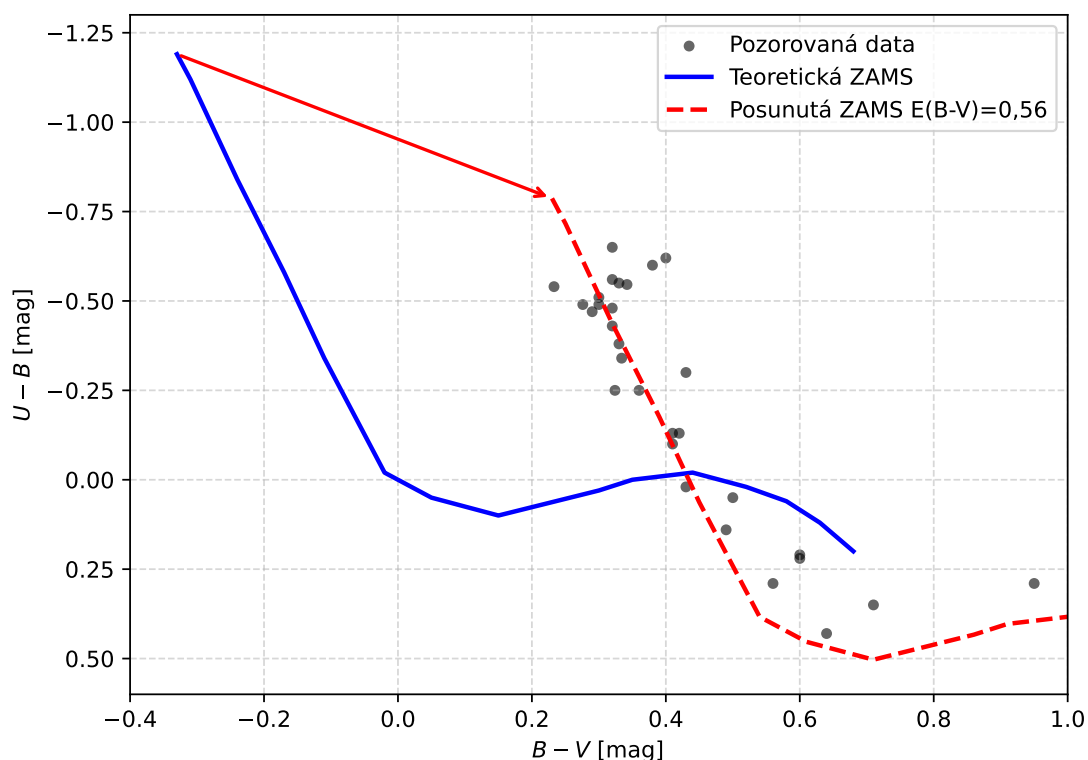
Jako laboratoř pro studium tohoto jevu nám poslouží otevřená hvězdokupa  $\chi$  Persei (NGC 884). Sestává z velmi mladých hvězd nacházejících se na hlavní posloupnosti nulového stáří (ZAMS, z anglického zero age main sequence). Podobně jako v klasickém HR diagramu tvoří tyto hvězdy i v barevném diagramu závislosti  $U - B$  na  $B - V$  charakteristickou křivku. Světlo hvězdokupy ovšem prochází prachovými oblastmi, a proto je celá pozorovaná posloupnost posunutá oproti teoretickým hodnotám. Změřením tohoto posunu podél přímky zčervenání určíme přesnou míru zčervenání této hvězdokupy.

a) V tabulce 1 najdete pozorovanou hvězdnou velikost  $V$  a barevné indexy 30 hvězd nacházejících se v úhlové vzdálenosti do  $0,1^\circ$  od středu hvězdokupy  $\chi$  Persei. Vyneste tyto body do grafu. Vodorovná osa necht odpovídá indexu  $B - V$  (hodnoty rostou doprava) a svislá osa indexu  $U - B$  (dle konvence hodnoty rostou směrem dolů, tj. záporné hodnoty jsou nahore). Před rýsováním os vezměte v úvahu i data z tabulky 2, abyste vhodně zvolili rozsahy a do grafu se vám vešly obě závislosti. **[6,0 b]**

Výsledný graf je na obrázku 1.

b) Do stejného grafu jako v předchozí části zakreslete teoretickou křivku, která odpovídá hlavní posloupnosti nulového stáří. Potřebná data pro tuto nezčervenalou závislost najdete v tabulce 2. **[4,0 b]**

**Finále 2025/26, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ) – řešení**



**Obrázek 1:** Závislost  $U - B$  na  $B - V$  pro pozorovaná data. Modrá křivka představuje teoretickou závislost bez zčervenání. Šipka ukazuje posun o  $E(B - V) = 0,56$ . Přerušovaná červená křivka je posunutá teoretická závislost.

**Finále 2025/26, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ) – řešení**
**Tabulka 1:** Pozorovaná hvězdná velikost ve filtru  $V$  a barvené indexy 30 hvězd z  $\chi$  Persei.

$V$	$B - V$	$U - B$	$V$	$B - V$	$U - B$	$V$	$B - V$	$U - B$
9,45	0,32	-0,65	13,36	0,41	-0,13	11,40	0,29	-0,47
11,90	0,30	-0,51	15,23	0,64	0,43	11,09	0,23	-0,54
11,04	0,32	-0,48	10,92	0,32	-0,25	9,34	0,33	-0,55
13,60	0,60	0,21	14,99	0,71	0,35	13,58	0,43	0,02
12,21	0,33	-0,38	12,26	0,43	-0,30	10,98	0,38	-0,60
14,93	0,95	0,29	13,45	0,42	-0,13	9,89	0,32	-0,56
11,37	0,28	-0,49	11,57	0,32	-0,43	15,10	0,56	0,29
14,34	0,49	0,14	12,67	0,36	-0,25	11,55	0,33	-0,34
15,33	0,60	0,22	14,61	0,50	0,05	12,71	0,41	-0,10
9,86	0,40	-0,62	8,04	0,34	-0,55	10,67	0,30	-0,49

**Tabulka 2:** Teoretická závislost  $(U - B)_0$  na  $(B - V)_0$  pro hvězdy hlavní posloupnosti nulového stáří s absolutní hvězdnou velikostí ve  $V$  filtru  $M_V$  a bolometrickou korekcí  $BC$ . Převzato z *Arthur N. Cox, Astrophysical Quantities (4. vydání, 2000)*.

$(B - V)_0$	$(U - B)_0$	$M_V$	$BC$	$(B - V)_0$	$(U - B)_0$	$M_V$	$BC$
-0,33	-1,19	-5,70	-4,40	0,15	0,10	1,95	-0,15
-0,31	-1,12	-4,50	-3,33	0,30	0,03	2,70	-0,09
-0,30	-1,08	-4,00	-3,16	0,35	0,00	3,60	-0,11
-0,24	-0,84	-2,45	-2,35	0,44	-0,02	3,50	-0,14
-0,17	-0,58	-1,20	-1,46	0,52	0,02	4,00	-0,16
-0,11	-0,34	-0,25	-0,80	0,58	0,06	4,40	-0,18
-0,02	-0,02	0,65	-0,30	0,63	0,12	4,70	-0,20
0,05	0,05	1,30	-0,20	0,68	0,20	5,10	-0,21

Teoretickou závislost před posunutím vidíme na obrázku 1 jako modrou křivku.

c) Určete, o kolik je třeba posunout teoretickou křivku podél obou os, aby co nejlépe proložila pozorovaná data hvězdokupy. Z velikosti tohoto posunutí následně určete barevné excesy  $E(B - V)$  a  $E(U - B)$ . Nezapomeňte, že hodnoty obou excesů nejsou nezávislé; posun teoretické křivky musí probíhat podél přímky zčervenání popsané v úvodu úlohy. **[2,0 b]**

Měřeným datům nejlépe odpovídá posun o  $E(B - V) = 0,56$ , a tedy o  $E(U - B) = 0,72E(B - V) \doteq 0,40$ .

Mezihvězdný prach způsobuje nejen zčervenání, ale také celkové zeslabení jasu hvězd, tzv. extinkci. Vizuální extinkce  $A_V$  udává zeslabení jasnosti ve  $V$  filtru v magnitudách. Pro standardní mezihvězdné prostředí platí empirický vztah

$$A_V = R_V E(B - V), \quad (3)$$

kde  $R_V \approx 3,1$ . Extinkci je nutné započítat při určování skutečné jasnosti objektů.

Zářivý výkon  $L$  vystupující ve fyzikálních vztazích představuje celkovou energii vyzářenou hvězdou na všech vlnových délkách. Absolutní vizuální hvězdná velikost  $M_V$  ovšem odpovídá pouze záření



## Finále 2025/26, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ) – řešení

ve filtru  $V$ . Rozdíl mezi celkovou (bolometrickou) a vizuální magnitudou udává tzv. bolometrická korekce  $BC$ , pro kterou platí

$$M_{\text{bol}} = M_V + BC. \quad (4)$$

Velmi horké a zářivé hvězdy vyzařují většinu své energie v ultrafialovém oboru, fotometrický filtr  $V$  tak zachytí jen malou část jejich záření. Bolometrická korekce takových hvězd je proto záporná a nelze ji zanedbat.

**d)** S využitím vámi určeného barevného excesu  $E(B - V)$  spočítejte celkovou vizuální extinkci  $A_V$  ve směru hvězdokupy  $\chi$  Persei. Následně si z tabulky 1 vyberte jednu hvězdu, která se nachází blízko nejlepšího fitu hlavní posloupnosti, pro kterou z teoretické křivky určíte její absolutní vizuální hvězdnou velikost  $M_V$ . Pomocí modulu vzdálenosti odhadněte vzdálenost hvězdokupy v parsecích. Bolometrické korekce a absolutní hvězdné velikosti pro hvězdy na ZAMS najdete v tabulce 2. [**2,0 b**]

*Poznámka: Takto určená vzdálenost je velmi nepřesná a může vyjít různě pro různé hvězdy. Jedná se pouze o řádový odhad vzdálenosti.*

Pro zvolenou hvězdu určíme

$$(B - V)_0 = B - V - E(B - V),$$

najdeme v tabulce 2 nejbližší (případně interpolujeme) hodnotu  $M_V$ . Spočítáme extinkci

$$A_V = R_V E(B - V) \doteq 1,7.$$

Z definice modulu vzdálenosti plyne

$$V - M_V = 5 \log_{10}(d/\text{pc}) - 5 + A_V,$$

z čehož plyne

$$d = 10^{(V - M_V + 5 - A_V)/5}.$$

V tabulce 3 jsou výsledky pro všechny hvězdy.

**e)** Z vašeho pozorovaného vzorku vyberte nejhmotnější a nejméně hmotnou hvězdu. Vypočítejte jejich skutečný barevný index  $(B - V)_0$ . Pomocí teoretických dat z tabulky 2 k těmto indexům najdete odpovídající absolutní hvězdnou velikost  $M_V$  a vypočítejte její zářivý výkon. S využitím vztahu mezi hmotností a celkovým zářivým výkonem ve tvaru

$$\frac{L}{L_{\odot}} \approx \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{3,5}, \quad (5)$$

kde  $L_{\odot}$  je zářivý výkon Slunce,  $M_{\odot}$  hmotnost Slunce a  $M$  hmotnost hvězdy hlavní posloupnosti se zářivým výkonem  $L$ , vypočítejte hmotnost těchto dvou hvězd v násobcích hmotnosti Slunce. [**6,0 b**]

Nejhmotnější hvězda na hlavní posloupnosti je zároveň tou nejzářivější. Ve vzorku ji tedy identifikujeme jako hvězdu s nejnižší hodnotou pozorované magnitudy  $V$ . Nejméně hmotná hvězda má naopak nejvyšší hodnotu  $V$ . Nejhmotnější hvězdu by alternativně bylo možné definovat pomocí barevných indexů jako nejteplejší.



## Finále 2025/26, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ) – řešení

Pro nejhmotnější hvězdu (+) a nejméně hmotnou hvězdu (–) z pozorovaného vzorku odečteme hodnoty

$$\begin{aligned}V_+ &= 8,04 \text{ mag}, & (B - V)_+ &= 0,34, \\V_- &= 15,33 \text{ mag}, & (B - V)_- &= 0,60.\end{aligned}$$

Skutečný barevný index získáme odečtením barevného excesu  $E(B - V)$

$$\begin{aligned}(B - V)_{0,+} &= (B - V)_+ - E(B - V) = 0,34 - 0,56 = -0,22 \text{ mag}, \\(B - V)_{0,-} &= (B - V)_- - E(B - V) = 0,60 - 0,56 = 0,04 \text{ mag}.\end{aligned}$$

Z teoretické tabulky ZAMS (případně lineární interpolací) k těmto vnitřním indexům dohledáme odpovídající absolutní vizuální hvězdné velikosti

$$M_{V,+} \doteq -2,1 \text{ mag} \quad \text{a} \quad M_{V,-} \doteq 1,2 \text{ mag}.$$

Aplikujeme bolometrickou korekci

$$M_+ \doteq (-2,1 - 2,1) \text{ mag} = -4,2 \text{ mag} \quad \text{a} \quad M_- \doteq (1,2 - 0,21) \text{ mag} = 0,99 \text{ mag}.$$

Zářivý výkon hvězd (v násobcích zářivého výkonu Slunce) spočítáme pomocí Pogsonovy rovnice

$$\begin{aligned}L_+ &= 10^{-0,4(M_{V,+} - M_{V,\odot})} L_{\odot} = 10^{-0,4(-4,2 - 4,74)} L_{\odot} \doteq 3\,800 L_{\odot}, \\L_- &= 10^{-0,4(M_{V,-} - M_{V,\odot})} L_{\odot} = 10^{-0,4(0,99 - 4,74)} L_{\odot} \doteq 32 L_{\odot}.\end{aligned}$$

Zadaný vztah mezi hmotností a zářivým výkonem upravíme pro výpočet hmotnosti

$$\frac{M}{M_{\odot}} = \left( \frac{L}{L_{\odot}} \right)^{\frac{1}{3,5}}.$$

Dosazením zářivých výkonů získáme konečné hmotnosti:

$$\begin{aligned}M_+ &= (3800)^{\frac{1}{3,5}} M_{\odot} \approx 11 M_{\odot}, \\M_- &= (32)^{\frac{1}{3,5}} M_{\odot} \approx 2,7 M_{\odot}.\end{aligned}$$



## Finále 2025/26, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ) – řešení

**Tabulka 3:** Data z tabulky 1. Navíc je pro každou hvězdu určena absolutní vizuální hvězdná velikost  $M_V$  a pomocí ní určená vzdálenost  $d$  hvězdokupy.

$V$	$B - V$	$U - B$	$(B - V)_0$	$M_V$	$d/\text{kpc}$
9,45	0,32	-0,65	-0,24	-2,45	1,08
11,90	0,30	-0,51	-0,26	-2,97	4,23
11,04	0,32	-0,48	-0,24	-2,45	2,24
13,60	0,60	0,21	0,04	1,21	1,35
12,21	0,33	-0,38	-0,23	-2,27	3,54
14,93	0,95	0,29	0,39	3,56	0,85
11,37	0,28	-0,49	-0,28	-3,59	4,40
14,34	0,49	0,14	-0,07	0,15	3,10
15,33	0,60	0,22	0,04	1,21	3,00
9,86	0,40	-0,62	-0,16	-1,04	0,68
13,36	0,41	-0,13	-0,15	-0,88	3,17
15,23	0,64	0,43	0,08	1,49	2,51
10,92	0,32	-0,25	-0,24	-2,38	2,05
14,99	0,71	0,35	0,15	1,95	1,82
12,26	0,43	-0,30	-0,13	-0,57	1,65
13,45	0,42	-0,13	-0,14	-0,73	3,07
11,57	0,32	-0,43	-0,24	-2,45	2,86
12,67	0,36	-0,25	-0,20	-1,74	3,42
14,61	0,50	0,05	-0,06	0,25	3,35
8,04	0,34	-0,55	-0,22	-2,06	0,47
11,40	0,29	-0,47	-0,27	-3,23	3,78
11,09	0,23	-0,54	-0,33	-5,52	9,45
9,34	0,33	-0,55	-0,23	-2,27	0,95
13,58	0,43	0,02	-0,13	-0,57	3,03
10,98	0,38	-0,60	-0,18	-1,38	1,33
9,89	0,32	-0,56	-0,24	-2,45	1,32
15,10	0,56	0,29	0,00	0,84	3,20
11,55	0,33	-0,34	-0,23	-2,20	2,53
12,71	0,41	-0,10	-0,15	-0,88	2,35
10,67	0,30	-0,49	-0,26	-2,97	2,40

**Finále 2025/26, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ) – řešení**
**H Faberové–Jacksonův vztah**

(max. 20 bodů)

Disperze (rozptyl)  $\sigma$  radiálních rychlostí galaxie udává rozptyl rychlostí hvězd dané galaxie okolo jejich průměrné rychlosti. V závislosti na typu pozorovaného objektu existuje celá řada vztahů určujících závislost  $\sigma$  na hmotnosti galaxie, případě jejího záření. Tato úloha se zaměří na eliptické galaxie, pro které platí tzv. Faberové–Jacksonův vztah dávající do souvislosti zářivý výkon  $L$  eliptických galaxií a disperzi  $\sigma$  rychlostí složek

$$L \propto \sigma^\gamma, \quad (6)$$

kde  $\gamma$  je vhodně zvolený index.

V tabulce 4 jsou uvedeny hodnoty absolutních bolometrických hvězdných velikostí  $M_{\text{bol}}$  vybraných eliptických galaxií a průměrných disperzí radiálních rychlostí jejich složek.

**Tabulka 4:** Absolutní bolometrická hvězdná velikost a disperze radiálních rychlostí pro 20 eliptických galaxií. Data převzata z *Bender et al. (1976)* a *Djorgovski & Davis (1987)*.

Galaxie	$M_{\text{bol}}$	$\sigma/\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$	Galaxie	$M_{\text{bol}}$	$\sigma/\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$
NGC 821	-21,31	208	NGC 3640	-20,92	190
NGC 1426	-19,49	157	NGC 3641	-18,27	170
NGC 1600	-23,17	365	NGC 4251	-19,82	135
NGC 1700	-22,28	238	NGC 4318	-17,93	98
NGC 2300	-21,56	270	NGC 4366	-16,16	45
NGC 3156	-19,77	75	NGC 4486B	-16,50	188
NGC 3193	-20,08	200	NGC 4489	-19,00	66
NGC 3377	-19,49	140	NGC 5813	-19,11	231
NGC 3607	-21,02	210	NGC 5845	-18,65	244
NGC 3610	-21,23	160	NGC 5846B	-18,42	190

a) Vykreslete graf závislosti  $\log \sigma$  na  $M_{\text{bol}}$ . [5,0 b]

Výsledný graf je na obrázku 2.

b) Pomocí metody nejmenších čtverců proložte body v grafu vhodnou přímkou, výslednou přímkou do grafu zakreslete. [4,0 b]

*Metoda nejmenších čtverců:* prokládáme-li daty  $(x_i, y_i)$  pro  $i = 1, \dots, N$  přímkou  $y_i = \alpha + \beta x_i$  (kde hodnoty  $x_i$  vynášíme na osu  $x$  a hodnoty  $y_i$  vynášíme na osu  $y$ ), potom střední hodnoty  $\bar{\beta}$ ,  $\bar{\alpha}$  parametrů  $\beta$ ,  $\alpha$  této přímky zjistíme pomocí vztahů

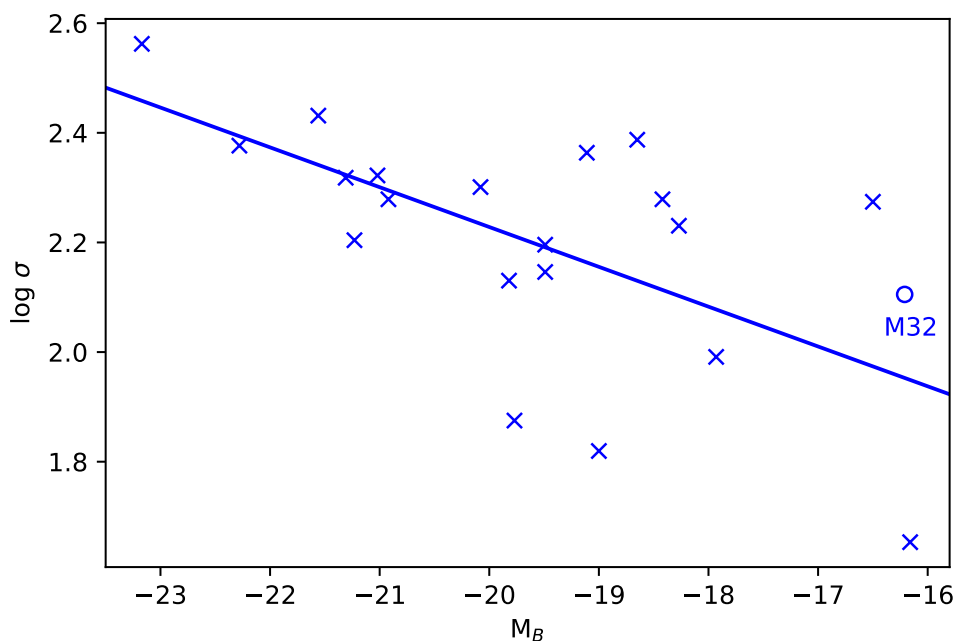
$$\bar{\beta} = \frac{N\sigma_{xy} - \sigma_x\sigma_y}{N\sigma_{xx} - \sigma_x^2} \quad \text{a} \quad \bar{\alpha} = \frac{1}{N} (\sigma_y - \bar{\beta}\sigma_x),$$

kde  $\sigma_x = \sum_i x_i$ ,  $\sigma_y = \sum_i y_i$ ,  $\sigma_{xy} = \sum_i x_i y_i$ ,  $\sigma_{xx} = \sum_i x_i^2$  a  $\sigma_{yy} = \sum_i y_i^2$ .

Dostáváme  $\beta \doteq -0,0727$  a  $\alpha \doteq 0,775$ .

Výsledný fit je uveden v grafu 2.

Finále 2025/26, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ) – řešení



**Obrázek 2:** Závislost  $\log \sigma$  na  $M_{\text{bol}}$  pro uvedené eliptické galaxie proložená lineárním fitem. Výsledek části f) uveden jako kroužek.

c) Využitím hodnot z předchozí části stanovte hodnotu parametru  $\gamma$  z rovnice (6). [3,0 b]

Logaritmováním rovnice (6) dostáváme

$$\log L \propto \gamma \log \sigma,$$

kde  $\log L$  můžeme vyjádřit z Pogsonovy rovnice srovnáním například se Sluncem

$$M_{\text{bol}} - M_{\odot} = -2,5 \log \frac{L}{L_{\odot}}.$$

Pro  $L$  vyjádřené v násobcích  $L_{\odot}$  tedy platí

$$\log L = -\frac{M_{\text{bol}} - M_{\odot}}{2,5}.$$

Dosadíme do první rovnice

$$M_{\text{bol}} \propto M_{\odot} - 2,5\gamma \log \sigma,$$

kde  $M_{\odot}$  je konstantní člen, můžeme jej tedy ignorovat (zajímá nás pouze sklon přímky fitu). Upravíme rovnici tak, aby odpovídala tvaru  $y = \beta x$

$$\log \sigma \propto -\frac{1}{2,5\gamma} M_{\text{bol}},$$

dostáváme tedy

$$\beta = -\frac{1}{2,5\gamma}.$$



## Finále 2025/26, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ) – řešení

Po dosažení hodnot z předchozí části máme

$$\gamma = -\frac{1}{2,5\beta} \doteq 5,5.$$

V další části určíte disperzi rychlosti jedné galaxie na základě naměřených optických spekter. Rozdílné radiální rychlosti hvězd v galaxii a jejich směry způsobují posunutí jejich spektrálních čar vlivem Dopplerova jevu. Při zprůměrování spekter všech složek tak dochází k rozšíření spektrálních čar na optických spektrech galaxie. Tohoto rozšíření a případného posunu využívá ke stanovení disperze metoda vzájemné korelace, která srovnává podobnost tvaru optického spektra sledované galaxie s referenčním signálem hvězdy spektrálního typu odpovídajícímu většině populace dané galaxie. Tato spektra se vzájemně posouvají a při každém posunutí se pomocí jejich konvoluce sleduje jejich vzájemná podobnost. Toto sleduje tzv. korelační funkce!<sup>1</sup>

Na obrázku 3 jsou uvedena optická spektra galaxie M32 a hvězdy 25 Cet očištěná o červený posuv a jejich korelační funkce v závislosti na posunutí v  $\ln \lambda$ . Korelační funkce má okolo maxima zhruba tvar gaussovské funkce s maximem v bodě 0, popsané rovnicí

$$f(x) = a \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_{\ln \lambda}^2}\right), \quad (7)$$

kde  $a$  je amplituda maxima a  $\sigma_{\ln \lambda}$  udává jeho šířku.

**d)** Vyjádřete střední dopplerovské rozšíření  $\sigma_{\ln \lambda}$  spektrálních čar v logaritmické škále z rovnice (7) jako funkci FWHM (plná šířka v polovině maxima) a pomocí korelační funkce na obrázku 3 stanovte hodnotu  $\sigma_{\ln \lambda}$  pro galaxii M32. **[4,0 b]**

*Poznámka:*  $\text{FWHM} = x_2 - x_1$ , kde  $f(x_1) = f(x_2) = \frac{a}{2}$ .

Dosažením  $f(x) = \frac{a}{2}$  do rovnice (7) dostaneme

$$\frac{1}{2} = \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_{\ln \lambda}^2}\right),$$

zlogaritmováním dostaneme

$$-\ln 2 = -\frac{x^2}{2\sigma_{\ln \lambda}^2},$$

po úpravě

$$\sigma_{\ln \lambda} = \frac{x}{\sqrt{2 \ln 2}}.$$

V našem případě je Gaussovská funkce symetrická kolem 0, platí tedy

$$\text{FWHM} = 2x,$$

a tedy

$$\sigma_{\ln \lambda} = \frac{\text{FWHM}}{2\sqrt{2 \ln 2}} \approx \frac{\text{FWHM}}{2,355}.$$

<sup>1</sup>Popis metody byl pro potřeby úlohy výrazně zestručněn, metoda je do detailu popsána ve článcích *Simkin (1974)*, či *Tonry & Davis (1979)*.



## Finále 2025/26, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ) – řešení

Odečtením FWHM z grafu na obrázku 3 dostáváme

$$\text{FWHM} \approx 0,001 \ln \text{Å},$$

a tedy

$$\sigma_{\ln \lambda} \approx 0,00042 \ln \text{Å}.$$

e) Vyjádřete střední disperzi  $\sigma$  rychlostí hvězd galaxie pomocí středního rozšíření spektrální čáry v logaritmické škále  $\sigma_{\ln \lambda}$  a rychlosti světla  $c$ . [2,0 b]

Nápověda: Může se vám hodit vztah  $\sigma_{\ln \lambda} \approx \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$ .

Stačí si uvědomit, že změna vlnové délky je v Dopplerově jevu lineárně úměrná rychlosti od pozorovatele, a tedy platí

$$\sigma_{\ln \lambda} \approx \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\sigma}{c}.$$

Odtud potom

$$\sigma \approx c \sigma_{\ln \lambda}.$$

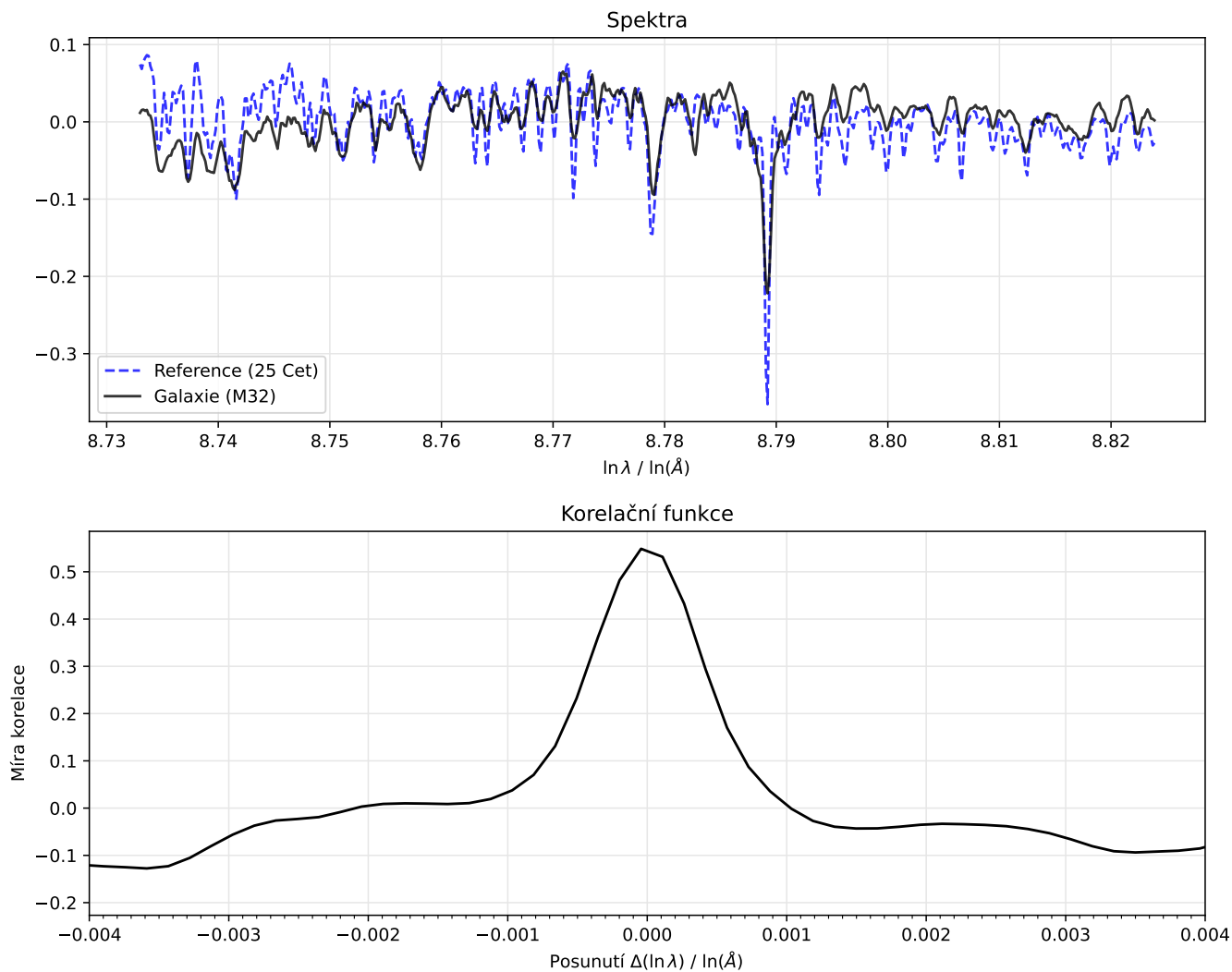
f) Na základě výsledků z předchozích částí stanovte disperzi radiálních rychlostí  $\sigma$  galaxie M32 ( $M_{\text{bol}} = -16,21 \text{ mag}$ ) a zaznačte ji do grafu z části a). Výsledný bod na grafu označte kroužkem. [2,0 b]

Dosazením získáme

$$\sigma_o \doteq 127 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}.$$

výsledný bod je vyznačen na obrázku 2.

## Finále 2025/26, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ) – řešení



**Obrázek 3:** Optická spektra galaxie M32 a hvězdy 25 Cet a jejich korelační funkce v závislosti na posunutí v  $\ln \lambda$ . Zdroje spekter: NASA/IPAC Extragalactic Database, The MILES library.