Krajské kolo 2022/23, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ) – řešení

A Přehledový test

(max. 30 bodů)

Úvodní test se řeší online na http://olympiada.astro.cz/korespondencni. Přihlašovací údaje přišly úspěšným řešitelům školního kola e-mailem nebo je dostanete od svého učitele, který je může zjistit v sekci pro učitele na http://olympiada.astro.cz/ucitel. Velmi doporučujeme řešení testu neodkládat na poslední dny před uzávěrkou. U problémů s řešením testu oznámených po **10. 3. 2023** bohužel nemůžeme zaručit jejich včasné vyřízení.

B Únik ze Sluneční soustavy

(max. 20 bodů)

K vyslání sondy k vnějším planetám nebo mimo sluneční soustavu je zapotřebí ji urychlit na vysoké rychlosti. Urychlit sondu na tyto rychlosti pouze s využitím paliva hned při startu je přitom velmi nákladné, proto se k dodatečnému urychlení využívá gravitačního působení ostatních planet. Sonda tedy není vyslána přímo k cílové planetě, ale je nasměrována tak, že v průběhu cesty proletí v blízkosti dalších planet Sluneční soustavy. Při takovém průletu kolem planety může sonda po úniku z jejího gravitačního působení získat větší rychlost v soustavě spojené se Sluncem, než měla před zahájením průletu. Popsaný manévr se nazývá *gravitační prak* a v této úloze se budeme zabývat jeho využitím k vyslání sondy mimo Sluneční soustavu.

Uvažujme sondu, která opouští gravitační působení Země rychlostí v_0 (vzhledem ke Slunci) ve směru oběhu Země kolem Slunce. Sonda se následně přiblíží k Marsu tak, že její rychlost má v soustavě Slunce velikost v_1 a svírá s trajektorií Marsu úhel α viz obrázek 1.

V následujících úlohách předpokládejte, že Země i Mars se kolem Slunce pohybují po kružnicích o poloměrech a_Z, a_M. Zatímco při pohybu sondy ve Sluneční soustavě je dominantní gravitační pole Slunce, předpokládejme, že při těsném přiblížení sondy k planetě naopak dominuje gravitační pole samotné planety, oproti kterému gravitační působení Slunce na sondu můžeme zanedbat.

Za účelem zjednodušení výrazů bude výhodné zavést bezrozměrné parametry

$$\chi = \frac{a_\mathrm{Z}}{a_\mathrm{M}}\,, \qquad \eta = \left(\frac{u_\mathrm{Z}}{v_0}\right)^2,$$

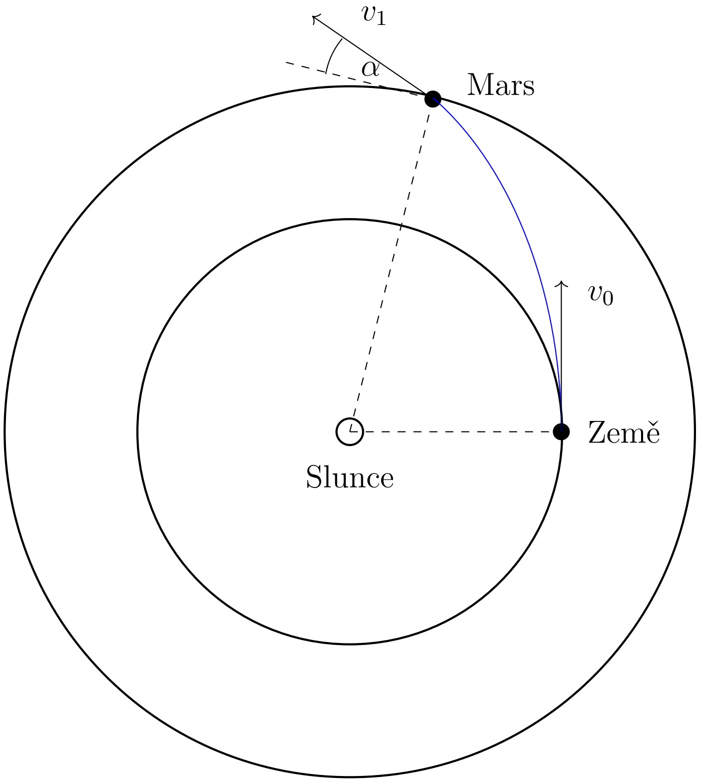
kde $u_\mathrm{Z} = \sqrt{2GM_\odot/a_\mathrm{Z}}$. Číselně je tedy χ rovno poloměru dráhy Země v násobcích poloměru dráhy Marsu, zatímco η je rovno poměru kvadrátů únikové rychlosti ze vzdálenosti a_Z od Slunce a v_0.

a) Určete velikost rychlosti v_1 a rovněž $\cos\alpha$ v závislosti na rychlosti v_0. Výsledek vyjádřete obecně pomocí v_0 a parametrů χ, η.

Při pohybu tělesa v centrálním gravitačním poli se zachovává jeho mechanická energie a moment hybnosti. Pro mechanickou energii v blízkosti Země a Marsu platí

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GM_\odot m}{a_\mathrm{Z}} = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GM_\odot m}{a_\mathrm{M}}\,,$$

Krajské kolo 2022/23, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ) – řešení



Obrázek 1: Schématické znázornění pohybu sondy mezi planetami.

odkud získáme rychlost

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2GM_\odot \left(\frac{1}{a_Z} - \frac{1}{a_M}\right)},$$

a tedy

$$\frac{v_1}{v_0} = \sqrt{1 - \eta\,(1-\chi)}\,.$$

Pro momenty hybnosti máme

$$a_Z m v_0 = a_M m v_1 \cos\alpha\,,$$

z čehož vyjádříme $\cos\alpha$ jako

$$\cos\alpha = \frac{v_0 a_Z}{v_1 a_M} = \frac{\chi}{\sqrt{1-\eta\,(1-\chi)}}\,.$$

Sonda vstupuje do gravitačního působení Marsu rychlostí v_1' vzhledem k Marsu. Vektor této rychlosti svírá před průletem s trajektorií Marsu úhel β, po průletu se směr této rychlosti změní o úhel θ (viz obrázek 2). Velikost oběžné rychlosti Marsu kolem Slunce označme jako v_M.

b) Určete velikost rychlosti v_2 sondy (vzhledem ke Slunci) poté, co unikne gravitaci Marsu, v závislosti na úhlech θ, β a rychlostech v_1' a v_M.

Krajské kolo 2022/23, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ) – řešení

Ze ZZE víme, že se velikost rychlosti sondy po průletu nezmění, proto je rychlost sondy v soustavě Marsu stále v_1'. Rychlost vzhledem ke Slunci je pak jednoduše

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1' + \mathbf{v}_\mathrm{M}\,,$$

kde $\mathbf{v}_1'$ je vektor rychlosti sondy po průletu. Vektory rychlostí $\mathbf{v}_1'$ a $\mathbf{v}_\mathrm{M}$ můžou mít obecně různý směr. V našem případě z obrázku 2 vidíme, že po průletu bude úhel mezi rychlostmi roven $\beta - \theta$. Rychlosti tedy musíme sečíst vektorově, což jde udělat například po složkách. Tečná složka rychlosti sondy k trajektorii Marsu se zvětší o v_M a kolmá složka se nezmění. Máme tedy

$$v_{2,\parallel} = v_1' \cos\left(\beta - \theta\right) + v_\mathrm{M}\,,$$

a

$$v_{2,\perp} = v_1' \sin\left(\beta - \theta\right).$$

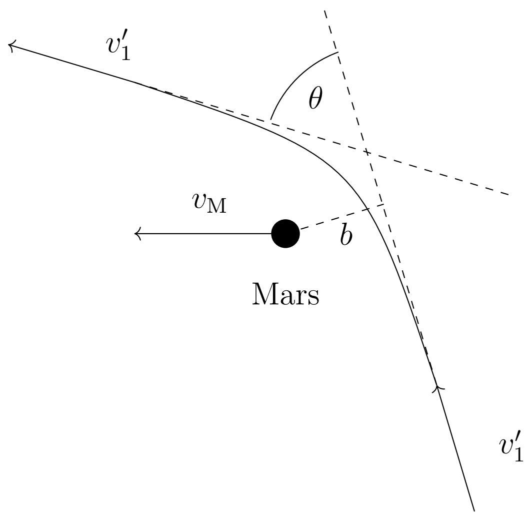
Velikost rychlosti v_2 pak je

$$\begin{aligned} v_2 &= \sqrt{v_1'^2 \sin^2\left(\beta-\theta\right) + \left(v_1'\cos\left(\beta-\theta\right) + v_\mathrm{M}\right)^2} \\ &= \sqrt{v_1'^2 + v_\mathrm{M}^2 + 2 v_1' v_\mathrm{M} \cos\left(\beta-\theta\right)}\,. \end{aligned}$$

Dá se ukázat, že pro velikost úhlu θ platí

$$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{GM}{b v_1'^2}\,,$$

kde M je hmotnost Marsu a b je kolmá vzdálenost sondy od Marsu před příblížením (viz obrázek 2). Vzdálenost b přitom můžeme nezávisle na ostatních parametrech měnit.



Obrázek 2: Průlet sondy kolem Marsu

c) Určete, co musí platit pro kolmou vzdálenost b, aby při dané počáteční rychlosti v_0 byla velikost rychlosti v_2 co největší. Přitom stačí, když slovy popíšete, jakým způsobem b ovlivňuje velikost v_2 a jaké b musíme volit, aby byla v_2 co největší. Rozměry Marsu neuvažujte. Následně vypočítejte tuto maximální rychlost $v_{2,\max}$ v závislosti na počáteční rychlosti v_0 a parametrech η, χ.

Krajské kolo 2022/23, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ) – řešení

Vzdálenost b ovlivňuje velikost rychlosti v_2 prostřednictvím úhlu θ, přičemž b se ve výrazu pro $\tan\frac{\theta}{2}$ vyskytuje ve jmenovateli. Pokud tedy bude b velmi malé, bude zlomek velmi velký a tangens je velký pro úhly blízké 90° (to odpovídá $\theta \approx 180°$). Naopak pro velké b je zlomek velmi malý a úhel θ je blízko 0°. Zvolením správné vzdálenosti b tedy můžeme úhel θ nastavit na prakticky libovolnou hodnotu od 0° do 180°.

V předchozí části jsme odvodili vztah pro velikost v_2

$$v_2 = \sqrt{v_1'^2 + v_\mathrm{M}^2 + 2v_1' v_\mathrm{M} \cos(\beta - \theta)}\,.$$

Všimněme si, že při dané v_0 je jediný proměnný parametr v tomto vztahu právě úhel θ, neboť v_M je konstanta a v_1' a β závisí pouze na počáteční rychlosti v_0 a rychlosti Marsu v_M. Při hledání maximální v_2 se tedy stačí dívat pouze na to, jak se velikost v_2 mění v závislosti na θ, přičemž jsme viděli, že θ se může měnit od 0° do 180°.

Úhel θ se nachází v argumentu funkce kosinus, kosinus je v součtu s konstantními členy pod odmocninou. Vzhledem k tomu, že odmocnina je rostoucí funkce (tedy čím větší číslo pod odmocninou, tím větší je výsledek), je jasné, že v_2 bude největší tehdy, když bude kosinus největší. Funkce kosinus nabývá hodnot od -1 do 1, naše největší hodnota kosinu tedy je 1. Ještě musíme vyřešit otázku, jestli taková situace vůbec může nastat. Kosinus je roven 1 pro úhel 0°, ale my máme unvitř kosinu úhel $\beta - \theta$. Z geometrie problému však víme, že β nikdy nebude větší než 180° a díky tomu, že θ nabývá hodnot od 0° do 180°, můžeme vždy zvolit $\theta = \beta$, čímž dostaneme $\cos 0° = 1$.

Naše maximální hodnota $v_{2,\mathrm{max}}$ tedy je

$$v_{2,\mathrm{max}} = \sqrt{v_1'^2 + v_\mathrm{M}^2 + 2v_1' v_\mathrm{M}} = \sqrt{(v_1' + v_\mathrm{M})^2} = v_1' + v_\mathrm{M}\,,$$

což odpovídá situaci, kdy sonda opouští gravitační pole Marsu tečně k jeho pohybu. Ještě zbývá vyjádřit v_1' pomocí v_0. Mars se pohybuje vzhledem ke Slunci rychlostí $\mathbf{v}_\mathrm{M}$, proto bude rychlost $\mathbf{v}_1$ (podobně jako v části b)) rovna

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_1' + \mathbf{v}_\mathrm{M}\,,$$

jen tentokrát svírají vektory $\mathbf{v}_1'$ a $\mathbf{v}_\mathrm{M}$ jiný úhel než v části b). Konktrétně víme, že úhel mezi vektorem $\mathbf{v}_1$ a $\mathbf{v}_\mathrm{M}$ je α, takže z kosinové věty dostaneme

$$v_1'^2 = v_1^2 + v_\mathrm{M}^2 - 2v_1 v_\mathrm{M} \cos\alpha\,,$$

kde z části a) známe vyjádření pro v_1 ze zákona zachování energie

$$v_1^2 = v_0^2 - 2GM_\odot\left(\frac{1}{a_\mathrm{Z}} - \frac{1}{a_\mathrm{M}}\right)\,,$$

a $v_1 \cos\alpha$ ze zákona zachování momentu hybnosti

$$a_\mathrm{M} v_1 \cos\alpha = a_\mathrm{Z} v_0\,.$$

Celkem dostaneme

$$v_1'^2 = v_0^2 - 2GM_\odot\left(\frac{1}{a_\mathrm{Z}} - \frac{1}{a_\mathrm{M}}\right) + v_\mathrm{M}^2 - \frac{2v_\mathrm{M} a_\mathrm{Z}}{a_\mathrm{M}} v_0\,,$$

a tedy

$$v_{2,\max} = v_{\mathrm{M}} + \sqrt{v_0^2 - 2GM_\odot\left(\frac{1}{a_{\mathrm{Z}}} - \frac{1}{a_{\mathrm{M}}}\right) + v_{\mathrm{M}}^2 - \frac{2v_{\mathrm{M}}a_{\mathrm{Z}}}{a_{\mathrm{M}}}v_0}\,.$$

Konečně máme

$$v_{\mathrm{M}} = \sqrt{\frac{GM_\odot}{a_{\mathrm{M}}}} = v_0\sqrt{\frac{\eta\chi}{2}}\,,$$

a tedy

$$\frac{v_{2,\max}}{v_0} = \sqrt{\frac{\eta\chi}{2}} + \sqrt{1 - \eta + \frac{3}{2}\eta\chi - \chi\sqrt{2\eta\chi}}\,.$$

d) Jaká musí být minimální velikost rychlosti v_0 (vzhledem ke Slunci), aby sonda mohla opustit ze vzdálenosti Země–Slunce Sluneční soustavu s využitím gravitačního praku u planety Mars? Výsledek vyjádřete obecně pomocí únikové rychlosti u_{Z} (definované výše) a parametru χ a rovněž číselně jako násobek u_{Z}. Gravitační vliv Země neuvažujte. Poloměry kruhových drah Země a Marsu jsou $a_{\mathrm{Z}} = 1\,\mathrm{au}$ a $a_{\mathrm{M}} = 1{,}524\,\mathrm{au}$.

Minimální potřebná rychlost k úniku ze Sluneční soustavy je taková, že po úniku gravitaci Slunce už nezbude žádná kinetická energie, tedy

$$\frac{1}{2}mu^2 - \frac{GM_\odot m}{r} = 0\,,$$

z čehož dostaneme známý vztah pro tzv. 2. kosmickou rychlost

$$u = \sqrt{\frac{2GM_\odot}{r}}\,,$$

kde r je vzdálenost od Slunce. Pro start sondy z blízkosti Země máme $u_{\mathrm{Z}} \doteq 42\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$. Aby tedy sonda mohla uniknout s využitím gravitačního praku, musí platit alespoň $v_{2,\max} = u_{\mathrm{M}} = \sqrt{2GM_\odot/a_{\mathrm{M}}}$. Zároveň máme

$$\frac{u_{\mathrm{M}}}{v_0} = \sqrt{\eta\chi}\,.$$

Dosazením do našeho vztahu pro $v_{2,\max}$ z předchozí části po úpravách dostaneme podmínku

$$(1 - \sqrt{2}\chi)\eta + \chi\sqrt{2\eta\chi} - 1 = 0\,.$$

Je to kvadratická rovnice pro $\sqrt{\eta} = u_{\mathrm{Z}}/v_0$, která má kladné řešení

$$\sqrt{\eta} = \frac{\sqrt{2\chi^3 + 4(1 - \sqrt{2}\chi)} - \sqrt{2\chi^3}}{2(1 - \sqrt{2}\chi)}\,,$$

kde jsme využili faktu, že v daném případě platí $1/\chi > \sqrt{2}$. Máme tedy obecně

$$v_0 = \frac{2(1 - \sqrt{2}\chi)}{\sqrt{2\chi^3 + 4(1 - \sqrt{2}\chi)} - \sqrt{2\chi^3}}\,u_{\mathrm{Z}}\,.$$

Pro zadané hodoty máme $\chi \doteq 0{,}656$ a tedy $v_0 \doteq 0{,}838u_{\mathrm{Z}}$, neboli $v_0 \doteq 35\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$. Porovnáním s u_{Z} vidíme, že gravitační prak nám ušetřil přibližně $7\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$.

Krajské kolo 2022/23, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ) – řešení

C Sledování zápasu

(max. 20 bodů)

Na hvězdárně disponují dalekohledem s průměrem čočky $D = 30\,\mathrm{cm}$ a ohniskovou vzdáleností $f = 2{,}5\,\mathrm{m}$. Zrovna mají nasazený okulár s ohniskovou vzdáleností $f' = 10\,\mathrm{mm}$. Dnes je bohužel zataženo, a tak se astronomové rozhodli, že namíří dalekohled do nedaleké obytné čtvrti ve vzdálenosti $s = 1\,\mathrm{km}$ a budou skrz okno pozorovat fotbalový zápas v televizi.

a) Jaké je úhlové zvětšení teleskopu? Televize má úhlopříčku $u = 80\,\mathrm{cm}$. Jaký bude úhlový průměr televize pozorované skrz dalekohled? V jaké vzdálenosti od televize by člověk musel stát, aby ji viděl pod stejným úhlem při pozorování očima?

Úhlové zvětšení teleskopu spočítáme z poměru ohniskových vzdáleností objektivu a okuláru. Máme

$$\Gamma = \frac{f}{f'} = 250\,.$$

Dalekohled tedy zvětšuje 250krát. Úhlový rozměr televize pozorované ze vzdálenosti $s = 1\,\mathrm{km}$ je

$$\theta_\mathrm{t} = \frac{u}{s} = 8 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{rad} = 0{,}0458^\circ\,.$$

V dalekohledu se bude televize jevit s úhlovým průměrem

$$\theta_\mathrm{t}' = \Gamma\theta_\mathrm{t} = 0{,}2\,\mathrm{rad} = 11{,}46^\circ \approx 11^\circ\,.$$

Stejný úhlový průměr by televize měla, pokud bychom ji očima pozorovali ze vzdálenosti

$$s' \approx \frac{u}{\theta'} = 4\,\mathrm{m}\,.$$

b) Dalekohled je nastavený na pozorování hvězd, tudíž je zaostřený na nekonečno. O kolik milimetrů musí astronomové povytáhnout okulár, aby jej zaostřili na televizi?

Zobrazovací rovnice pro spojnou čočku je

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f}\,, \tag{1}$$

kde a_1 je předmětová vzdálenost, a_2 je obrazová vzdálenost a f je ohnisková vzdálenost (v našem případě $f = 250\,\mathrm{cm}$).

Předměty z nekonečna ($a_1 \to \infty$) objektiv promítne na ohniskovou rovinu $a_2 = f$ (zkuste dosadit do rovnice (1)). Obraz je reálný a okulárem se na něj díváme jako lupou. Proto musí být ohnisko okuláru ve stejné vzdálenosti jako promítnutý obraz.

Jenomže televize se nachází v konečné vzdálenosti $s = 1\,\mathrm{km}$. Tím pádem se její obraz promítne do vzdálenosti x od objektivu. Vzdálenost spočítáme z rovnice (1). Máme

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f}\,,$$

$$x = \frac{sf}{s-f} > f\,.$$

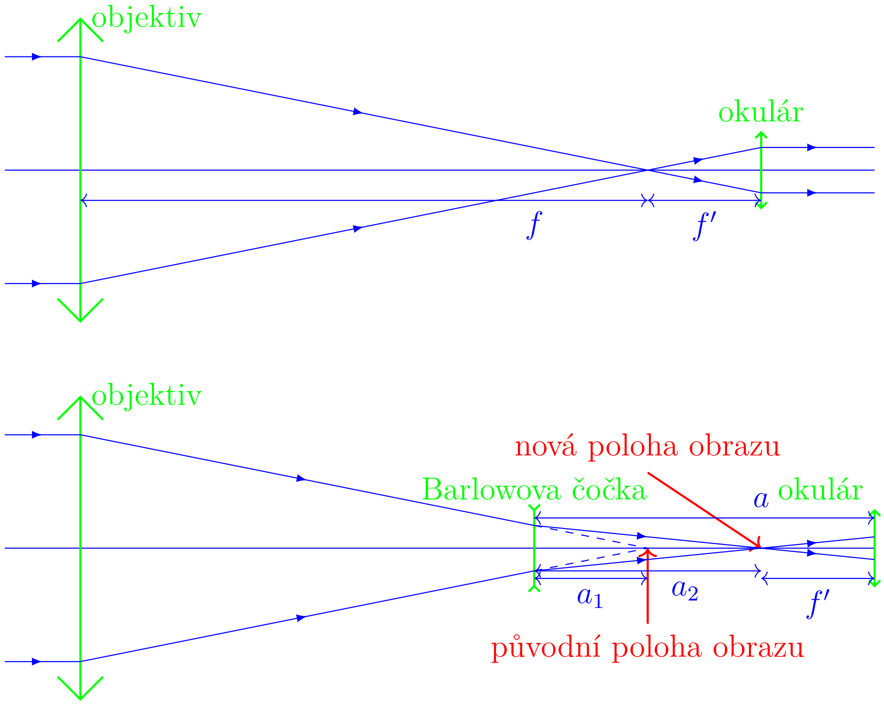
Krajské kolo 2022/23, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ) – řešení

Rozdíl mezi obrazovou vzdáleností x a ohniskovou vzdáleností f je hledaná délka, o kterou musíme povysunout okulár, aby se obraz televize v dalekohledu jevil ostrý

$$x - f = \frac{sf}{s-f} - f = \frac{f^2}{s-f} \approx 6{,}3\,\mathrm{mm}\,.$$

c) Astronomům se zdá zvětšení malé, proto mezi objektiv a okulár vložili Barlowovu čočku. Barlowův člen je rozptylka, nebo soustava čoček, které se chovají jako rozptylka. Tato Barlowova čočka má ohniskovou vzdálenost $f_\mathrm{B} = 20\,\mathrm{mm}$ a umístili ji $a = 30\,\mathrm{mm}$ před okulár. Barlowova čočka je pevně spojena s okulárem, oba se pohybují spolu. O kolik milimetrů museli povytáhnout okulár s Barlowovou čočkou, aby byl obraz zase ostrý?

Barlowova čočka (rozptylka) snižuje sklon paprsků od optické osy, čímž efektivně zvýší ohniskovou vzdálenost objektivu, tudíž obraz v dalekohledu se zvětší. Díky tomu, že je Barlowův člen umístěn v blízkosti ohniska okuláru, však nezvýší dramaticky délku dalekohledu. přesto bude nutné okulár mírně povytáhnout, aby obraz zůstal ostrý. Tuto vzdálenost nyní spočítáme.



Obrázek 3: Funkce Barlowovy čočky.

Na obrázku 3 vidíme situaci po vložení Barlowovy čočky. Objektiv vytváří reálný obraz ve vzdálenosti a_1 (tu musíme určit) za Barlowovou čočkou. Rozptylka místo toho vytvoří obraz ve vzdálenosti a_2. Obraz v dalekohledu bude ostrý, pokud $a_2 + f' = a = 30\,\mathrm{mm}$.

Zobrazovací rovnice pro rozptylku je

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = -\frac{1}{f_\mathrm{B}}\,,$$

kde ovšem a_1 musíme dosazovat záporné, neboť se nachází vpravo od čočky. Vyjádříme

$$a_1 = -\frac{a_2 f_\mathrm{B}}{f_\mathrm{B} + a_2} = -\frac{(a - f')f_\mathrm{B}}{f_\mathrm{B} + a - f'} = -10\,\mathrm{mm}\,.$$

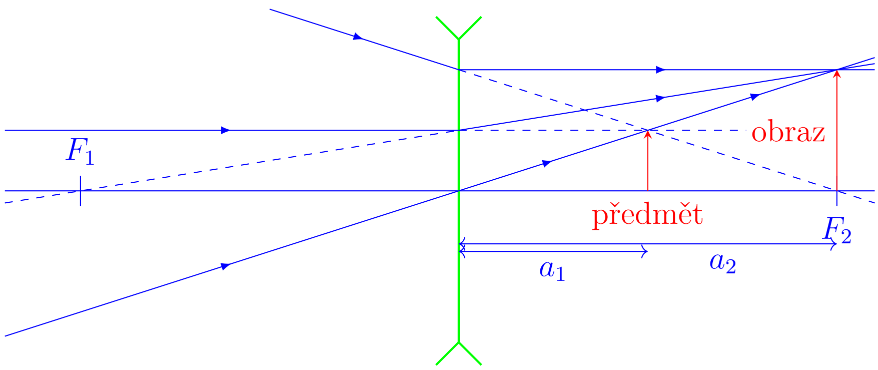
Předtím (obrázek 3 nahoře) se okulár nacházel ve vzdálenosti $f' = 10\,\mathrm{mm}$ od obrazu vytvořeného objektivem. Po vložení Barlowova členu jsme okulár museli přemístit do vzdálenosti $a - |a_1| = 20\,\mathrm{mm}$ od původního obrazu. Okulár jsme vysunuli o $a - |a_1| - f' = 10\,\mathrm{mm}$ ven.

d) Kolikrát je obraz v dalekohledu zvětšený oproti původnímu stavu?

Na obrázku 4 si všimneme podobných trojúhelníků. Platí $a_2 = a - f' = 20\,\mathrm{mm}$. V našem případě zvětší Barlowova čočka obraz poměrem

$$\Gamma_\mathrm{B} = \left|\frac{a_2}{a_1}\right| = 2\,.$$

Astronomové tedy uvidí televizi ještě dvakrát větší.



Obrázek 4: Zobrazení Barlowovou čočkou. Předmětem je reálný obraz vytvořený objektivem. Barlowova čočka tento obraz zvětší poměrem $|a_2/a_1|$.

Krajské kolo 2022/23, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ) – řešení

D Kvadrant (praktická úloha)

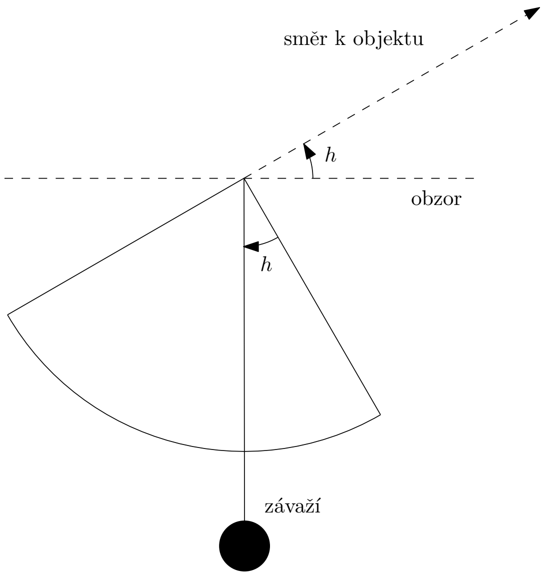
(max. 30 bodů)

Předmětem letošní praktické úlohy bude měření úhlové výšky astronomických objektů nad obzorem. Pro tento účel si podle návodu níže sestrojíte jednoduchou pomůcku: papírový kvadrant.

Úhlovou stupnici (přiloženou k zadání) nalepíme na karton obdélníkového tvaru tak, aby úsečky (poloměry) tvořící roh kvadrantu byly rovnoběžné se stranami obdélníkového kartonu. Do středu (rohu) kvadrantu připevníme konec tenkého provázku, na jehož druhém konci je zavěšeno závaží. Provázek by měl přesahovat okraj kartonu a závaží by mělo být dostatečně těžké, aby nit vyznačovala svislý směr.

a) Popište, jak budeme postupovat při měření úhlové výšky objektů nad obzorem pomocí kvadrantu výše popsané konstrukce. Svůj výklad doplňte vhodnými nákresy.

> Úhlovou výšku objektu nad obzorem pomocí našeho kvadrantu změříme následovně. Hranu kartonu, která je rovnoběžná s jednou z úseček tvořících roh kvadrantu, namíříme směrem na objekt. Kvadrant přitom držíme tak, aby karton ležel ve svislé rovině, neboli rovnoběžně s provázkem. Je důležité, aby byl provázek se závažím volně zavěšen. Po zamíření na objekt přidržíme provázek na jeho výsledné poloze na úhlové stupnici, odkud následně přímo odečteme výšku objektu nad obzorem. Viz obr. 5.



Obrázek 5: Měření výšky objektu nad obzorem pomocí kvadrantu naší konstrukce (h značí úhl. výšku objektu nad obzorem).

b) Zkonstruujte si vlastní kvadrant podle návodu výše. Nestyďte se přidat vlastní prvky, které zvýší přesnost měření (např. mířidla). Pro získání plného počtu bodů z této a následujících částí úlohy **přiložte k řešení fotografii vámi sestrojeného kvadrantu.**

Nyní si vyberte jasnou hvězdu, která ve vámi zvolený večer pozorování kulminuje nad jižním obzorem. Vaším úkolem bude určit čas kulminace této hvězdy pomocí měření její výšky nad obzorem kolem kulminace.

Krajské kolo 2022/23, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ) – řešení

c) Zvolte si několik časů před a po předpokládaném okamžiku kulminace. Pro každý zvolený čas proveďte měření výšky hvězdy nad obzorem a zaznamenejte pásmový čas měření.

Pro zvolený den a místo pozorování (10. 10. 2015, $\phi \doteq 49{,}205°$ s. š. a $\lambda \doteq 16{,}584°$ v. d.) jsme pro účely měření zvolili hvězdu Enif (ε Peg, $\alpha \doteq 21^{\mathrm{h}}\,45^{\mathrm{m}}$ a $\delta \doteq 9°\,57'$). Měření jsme vykonávali s časovými intervaly 15 min od 19:15 do 23:30 SELČ. Získané hodnoty h výšky ε Peg nad obzorem pro každý čas měření jsou shrnuty v tabulce 1.

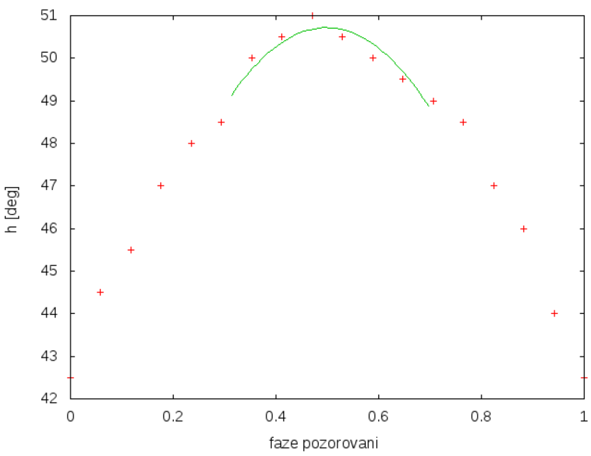
Čas	19:30	19:46	20:01	20:15	20:31	20:45	21:00	21:15	21:30	21:45	22:01
h [°]	44,5	45,5	47,0	48,0	48,5	50,0	50,5	51,0	50,5	50,0	49,5

Čas	22:15	22:30	22:45	23:00	23:16	23:30
h [°]	49,0	48,5	47,0	46,0	44,0	42,5

Tabulka 1: Naměřené hodnoty h výšky ε Peg nad obzorem v jednotlivých časech.

d) Vyneste do grafu hodnoty výšky hvězdy nad obzorem v závislosti na čase měření. Z grafu odhadněte maximální výšku hvězdy nad obzorem a pásmový čas kulminace.

Na obrázku 6 vidíme vynesenou závislost naměřené výšky ε Peg na letním pásmovém čase v místě pozorování. Na horizontální osu jsme vynesli fázi f pozorování (lineárně rostoucí s časem, 0 pro začátek měření, 1 na konci měření) a na vertikální naměřenou výšku h hvězdy nad obzorem. Abychom co nejpřesněji odhadli okamžik kulminace a maximální výšku ε Peg nad obzorem, proložíme body grafu kolem maxima závislosti oblouk kvadratické funkce. Fit, který jsme provedli v programu GNUPLOT, vrátil hodnotu fáze v kulminaci $f_{\max} \doteq 0{,}498$, což odpovídá pásmovému času kulminace $T_{\max} \doteq 21\,\mathrm{h}\,22\,\mathrm{min}$ SELČ. Stejný fit vrátil hodnotu maximální výšky ε Peg nad obzorem $h_{\max} \doteq 50{,}7°$.



Obrázek 6: Graf závislosti střední naměřené výšky ε Peg na letním pásmovém čase. Kolem maxima závislosti jsme proložili oblouk kvadratické funkce za účelem přesnějšího odhadu okamžiku kulminace.

Nezapomeňte detailně popsat metodiku vašeho měření a zaznamenat do řešení všechny naměřené hodnoty. Do řešení rovněž jasně indikujte **datum** měření, **zeměpisné souřadnice** místa konání měření a **označení hvězdy**, jejíž výšku nad obzorem jste měřili!