Astronomická olympiáda

SLEZSKÁ UNIVERZITA
FILOZOFICKO-PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA V OPAVĚ

ČESKÁ ASTRONOMICKÁ SPOLEČNOST 1917–2017

Krajské kolo 2018/19, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)

Identifikace

Na každý list se zadáním nebo řešením napište dolů svoje jméno, příjmení a identifikátor. Neoznačené listy nebudou opraveny!

Student

jméno: příjmení: identifikátor: __ __ __ __ __

Škola

název: město: PSČ:

Hodnocení

A____ **B**____ **C**____ **D**____ **Σ** (100 b.) ____

Účast v AO se řídí organizačním řádem, č.j. MŠMT – 14 896/2012-51. Organizační řád a propozice aktuálního ročníku jsou k dispozici na `http://olympiada.astro.cz`.

Milé řešitelky, milí řešitelé,

vítáme vás u řešení úloh krajského kola kategorie AB 16. ročníku Astronomické olympiády!

Stejně jako loni se krajské kolo sestává ze dvou částí. V tomto dokumentu najdete úlohy A až D korespondenční části: přehledový online test, 2 teoretické úlohy a jednu praktickou. Prezenční část krajského kola (úlohy E a F) bude letos v kategorii AB probíhat na jednotlivých školách 17. ledna 2019: pod dohledem vašeho učitele budete mít 150 minut čistého času na vyřešení dvou teoretických úloh.

Neformální dění okolo olympiády můžete sledovat na naší Facebookové stránce. Prostřednictvím zpráv je zde možné klást dotazy přímo Ústřední komisi.

I letos nás čeká celá řada astronomických výročí. Stojí za to si je připomenout a pokud tak učiníte například kliknutím na přiložené odkazy, jistě se něco zajímavého dozvíte! Některá tato výročí stala inspirací pro zadání úloh krajského kola:

- *29. května 2019 uplyne 100 let od potvrzení obecné teorie relativity pozorováním zatmění Slunce*
- *20. července 2019 tomu bude 50 let od přistání prvních lidí na Měsíci*

Z předpověditelných astronomických úkazů v roce 2019 zmiňme především dvojici zatmění Měsíce, která společně s proběhnuvším úplným zatměním 27. července 2018 tvoří unikátní triádu, jež opět nastane až za 10 let. První budeme moci v časných ranních hodinách 21. ledna 2019 pozorovat úplné zatmění, jenž potrvá 1 hodinu a 2 minuty. V noci z 16. na 17. července se nám pak naskytne pohled na částečné zatmění.

Přejeme vám bystrou mysl a mnoho příjemných chvil při řešení všech úloh! ☺

Důležité kontakty:

- Internetové stránky a e-mail Astronomické olympiády:
  `http://olympiada.astro.cz`, `olympiada@astro.cz`
- Poštovní adresa pro zaslání vypracovaných úloh:
  Mgr. Lenka Soumarová, Štefánikova hvězdárna, Strahovská 205, 118 00 Praha 1

Termín odeslání: 19. 1. 2019 (datum poštovního razítka)

Celkem lze v krajském kole získat maximálně **150 bodů**: 100 v korespondenční části a 50 v prezenční. Do celostátního kola postupuje 20 nejlepších řešitelů krajských kol, **kteří získali nenulový počet bodů z praktické úlohy** a rovněž **kteří získali nenulový počet bodů z prezenční části**.

Krajské kolo 2018/19, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)

A Přehledový test

(max. 30 bodů)

Úvodní test se řeší online na http://olympiada.astro.cz/korespondencni. Přihlašovací údaje přišly úspěšným řešitelům školního kola e-mailem, nebo je dostanete od svého učitele, který je může zjistit v sekci pro učitele na http://olympiada.astro.cz/ucitel. Velmi doporučujeme řešení testu neodkládat na poslední dny před uzávěrkou. U problémů s řešením testu oznámených po **4. 1. 2019** bohužel nemůžeme zaručit jejich včasné vyřízení.

B Lost in Space

(max. 20 bodů)

Vesmírné plavidlo proletělo červí dírou a ocitlo se v neznámém bodě v prostoru a času. Astrofyzikální centrum lodi po několika měřeních doručilo na kapitánský můstek následující informace: nově naměřená teplota reliktního záření je $T = 0{,}3\,\mathrm{K}$ a křivost vesmíru je s velkou přesností (stejně jako v současnosti) nulová. Ve výpočtech níže se vám bude hodit, že ve vesmíru s nulovou křivostí nabývá celková hustota látky kritické hodnoty ρ_{krit}, pro kterou platí

$$\rho_{\mathrm{krit}} = \frac{3H^2}{8\pi G}\,,$$

kde H je Hubbleův parametr. Rovněž uvažujte, že Hubbleův parametr má v současnosti hodnotu $H_0 = (67{,}7 \pm 0{,}5)\,\mathrm{km\cdot s^{-1}\cdot Mpc^{-1}}$ a že současná teplota reliktního záření je $T_0 = 2{,}7\,\mathrm{K}$. V současnosti je 28 % hustoty látky ve vesmíru tvořeno hmotou (baryonovou a temnou). Hustota hmoty v důsledku rozpínání vesmíru klesá v čase, a to nepřímo úměrně třetí mocnině faktoru, o který se zvětšují vzdálenosti ve vesmíru. Zbytek látky je tvořen temnou energií, jejíž hustota se v čase nemění.

Předpokládejme nejdříve, že loď se stále nachází v našem vesmíru.

a) Posunula se loď v čase do budoucnosti, nebo do minulosti?

b) Lze ze zadaných dat určit, o jakou vzdálenost se loď posunula v prostoru? Pokud ano, o kolik?

c) Určete poměr vzdáleností ve vesmíru (vůči současným hodnotám), které astronomové na lodi po průchodu červí dírou naměří.

Po dalších měřeních astrofyzikové na lodi zjistili, že hodnota Hubbleova parametru se po průchodu červí dírou změnila na $H = (57 \pm 4)\,\mathrm{km\cdot s^{-1}\cdot Mpc^{-1}}$.

d) Vhodným výpočtem ověřte, že naměřené údaje jsou konzistentní s tvrzením, že loď se stále nalézá v našem vesmíru a pouze se posunula v čase.

e) Vypočtěte, o kolik let se loď v čase posunula.

Nápověda: Ve vesmíru, ve kterém převažuje temná energie, se vzdálenosti zvětšují s faktorem e^{Ht}.

Krajské kolo 2018/19, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)

C Trojhvězda

(max. 20 bodů)

Uvažujme trojný gravitačně vázaný systém, který se skládá z těsného páru hvězd obíhajících po kruhových drahách ve vzájemné vzdálenosti a a z testovacího tělíska zanedbatelné hmotnosti, které obíhá centrální pár po kruhové dráze ve velmi velké vzdálenosti $\rho \gg a$. Pro přehlednost výpočtů uvažujme, že hvězdy centrálního páru mají identické hmotnosti $M_1 = M_2 = M$. Pro hmotnost μ testovacího tělíska potom platí $\mu \ll M$.

V této úloze se pokusíme vyřešit, jakým způsobem je pohyb testovacího tělíska ovlivňován centrální dvojhvězdou. Předpokládejte, že oběžné dráhy obou složek centrálního páru i testovacího tělíska leží v jedné rovině. Neuvažujte efekty gravitace testovacího tělíska na pohyb centrálního páru ani relativistické efekty. Bude se vám hodit, že pro $|\varepsilon| \ll 1$ můžeme psát *binomickou aproximaci* $(1+\varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon + \frac{1}{2}n(n-1)\varepsilon^2$. To znamená, že například pro $a \ll \rho$ platí

$$(a+\rho)^{-3} \approx \rho^{-3}\left(1 - 3\frac{a}{\rho} + 6\frac{a^2}{\rho^2}\right) .$$

Úhel, který svírá spojnice barycentra a hvězdy M_1 se spojnicí barycentra a tělíska μ, nazveme θ (měříme ho od hvězdy M_1 směrem k tělísku).

a) S jakou periodou P_c a frekvencí Ω_c obíhá centrální pár? Výsledky vyjádřete obecně pomocí G, M, a.

b) Užitím binomické aproximace ukažte, že pro vzdálenosti L_1, resp. L_2 mezi testovacím tělískem a hvězdou M_1, resp. M_2 platí

$$L_{1,2} \approx \rho\left(1 \mp \frac{a}{2\rho}\cos\theta + \frac{1}{8}\frac{a^2}{\rho^2}\sin^2\theta\right) .$$

Zanedbejte v konečném výsledku všechny členy, jež obsahují vyšší než druhé mocniny a/ρ.

c) Určete velikost složky gravitační síly, kterou působí centrální dvojhvězda na testovací tělísko, podél spojnice testovací tělísko–barycentrum. Vyjádřete řešení ve tvaru

$$F_\mathrm{r} \approx \frac{2GM\mu}{\rho^2}\left(1 + \frac{a^2}{\rho^2}f(\theta)\right) ,$$

kde $f(\theta)$ je funkcí pouze úhlu θ. Použijte stejnou aproximaci jako v předchozím bodě a v konečném výsledku zanedbejte členy s vyššími než druhými mocninami a/ρ.

d) Vyjádřete funkci $f(\theta)$ ve tvaru $f(\theta) = \alpha + \beta\cos 2\theta$. Určete číselné hodnoty parametrů α a β. *Nápověda:* $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$.

Díky tomu, že oběžná perioda centrálního páru je velmi krátká ve srovnání s oběžnou periodou testovacího tělíska, a tomu, že průměrná hodnota $\langle\cos 2\theta\rangle = 0$, můžeme pro průměrnou velikost přitažlivé síly působící na testovací tělísko psát

$$\frac{2GM\mu}{\rho^2}\left(1 + \alpha\frac{a^2}{\rho^2}\right) .$$

e) Určete periodu p a úhlovou frekvenci ω oběhu testovacího tělíska kolem dvojhvězdy ve vzdálenosti ρ od barycentra. Výsledek vyjádřete pomocí G, M, a, ρ a α. Použijte binomickou aproximaci. Porovnejte tyto výrazy s periodou p_0 a úhlovou frekvencí ω_0, kterou bychom získali, pokud by centrálním tělesem nebyla dvojhvězda, ale jen jediná hvězda o hmotnosti $2M$ nacházející se v barycentru.

Krajské kolo 2018/19, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)

D Neznámý objekt (praktická)

(max. 30 bodů)

V první části této úlohy využijete předpřipravenou tabulku v MS Excel k numerickému výpočtu dráhových elementů neznámého objektu na základě zadaných dat z pozorování. Můžete předpokládat, že objekt obíhá Zemi po dráze pod vlivem Newtonových zákonů. V druhé části provedete vlastní pozorování jiných objektů podobného druhu.

Dva pozorovatelé na zemském rovníku vybavení radary zpozorovali 22. října 2018 v čase t_0 neznámý objekt O. Pozorovatel A měl v počátečním čase t_0 objekt O právě nad svým západním bodem ve výšce $h_0 = 15{,}8°$ nad obzorem. Pozorovatel B měl v počátečním čase t_0 objekt O právě ve svém zenitu. Pozorovatel B zároveň svým modernějším radarem změřil radiální rychlost objektu O, která byla v čase t_0 nulová. Vzdálenost mezi pozorovateli A a B činí $l = 1\,481{,}2\,\mathrm{km}$ (měřeno podél zemského povrchu). Po uplynutí doby $\Delta T = 176{,}12\,\mathrm{s}$, tj. v čase $t_1 = t_0 + \Delta T$, vystoupal objekt O do zenitu pozorovatele A. Označme Z střed Země a S, resp. P střed, resp. perigeum oběžné dráhy objektu.

K numerickému výpočtu parametrů oběžné dráhy objektu O využijte přiložený soubor MS Excel [1]. Základní schéma výpočtu je následující: hlavními vstupy jsou výše uvedené hodnoty a rovněž odhad oběžné periody T. Pro tyto údaje tabulka dopočte ostatní parametry dráhy a následně Newtonovou metodou [2] vyřeší Keplerovu rovnici $E - e\sin E = 2\pi t/T$, kde e je numerická excentricita dráhy, E je úhel od polopřímky SP k SO a t je čas od průchodu perigeem. Odtud tabulka dopočte úhel, který průvodič objektu opsal mezi okamžiky t_0 a t_1. Ten ovšem můžeme spočítat nezávisle z podmínek zadání výše. Rozdíl těchto dvou hodnot nám dává kritérium přesnosti počátečního odhadu T.

a) Do vzorců tabulky byly vneseny chyby (červeně označené buňky). Opravte tyto vzorce a určete následující parametry dráhy objektu: periodu, velkou poloosu, numerickou excentricitu a inklinaci.

b) S využitím databáze [3] určete, o jaký objekt se jednalo. Určete jeho číslo v katalogu NORAD a případné další zajímavé informace. Záznamy v databázi [3] podléhají formátu TLE [4].

Nyní provedete vlastní pozorování přeletu několika umělých objektů, které obíhají Zemi. K vyhledání potřebných dat o přeletech využijte portál Heavens Above [5]. Čísla NORAD objektů, které budete pozorovat, jsou následující: 23 561, 25 544, 27 386 a 38 770.

c) Ke každému z objektů vyhledejte informace o jeho názvu, druhu a orbitě. Pro alespoň dva objekty odpozorujte alespoň jeden přelet. Zapište datum, pozorovaný čas začátku a konce přeletu a souhvězdí, kterými objekt proletěl. Odhadněte minimální hvězdnou velikost dosaženou během přeletu.

d) Je možné z území České republiky pouhým okem pozorovat přelety objektu O? Zdůvodněte.

[1] http://olympiada.astro.cz/zadani/AO_2018_19_2_AB_prakticka.xlsx
[2] https://en.wikipedia.org/wiki/Newton%27s_method
[3] https://www.space-track.org
[4] https://en.wikipedia.org/wiki/Two-line_element_set
[5] https://www.heavens-above.com

Autorem přehledového testu A je Tomáš Gráf. Autorem příkladu B je Martin Blaschke a Jakub Vošmera, příklad C vytvořil Stanislav Fořt, praktickou úlohu D navrhl Martin Raszyk.