

## Krajské kolo 2019/20, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)

### Identifikace

Na každý list se zadáním nebo řešením napište dolů svoje jméno, příjmení a identifikátor. Neoznačené listy nebudou opraveny!

#### Student

jméno: \_\_\_\_\_ příjmení: \_\_\_\_\_ identifikátor: \_ \_ \_ \_ \_

#### Škola

název: \_\_\_\_\_ město: \_\_\_\_\_ PSČ: \_\_\_\_\_

#### Hodnocení

A \_\_\_ B \_\_\_ C \_\_\_ D \_\_\_  $\Sigma$  (100 b.) \_\_\_

Účast v AO se řídí organizačním řádem, č.j. MŠMT – 14 896/2012-51. Organizační řád a propozice aktuálního ročníku jsou k dispozici na <http://olympiada.astro.cz>.

Milé řešitelky, milí řešitelé,

vítáme vás u řešení úloh krajského kola kategorie AB 17. ročníku Astronomické olympiády!

Stejně jako v minulých letech se krajské kolo skládá ze dvou částí. V tomto dokumentu najdete úlohy A až D korespondenční části: přehledový online test, dvě teoretické úlohy a jednu praktickou. Prezenční část krajského kola (úlohy E a F) bude letos v kategorii AB probíhat na jednotlivých školách 16. ledna 2020: pod dohledem vašeho učitele budete mít 150 minut čistého času na vyřešení dvou teoretických úloh.

Neformální dění okolo olympiády můžete sledovat na naší [Facebookové stránce](#) a nově také na [Instagramu](#). Prostřednictvím zpráv je zde možné klást dotazy přímo Ústřední komisi.

I letos stojí za to si připomenout celou řadu astronomických událostí a pokud tak učiníte kliknutím na přiložené odkazy, jistě se něco zajímavého dozvíte! Některé se staly inspirací pro zadání úloh tohoto kola:

- v roce 2019 si připomínáme 270 let od [vysvětlení](#) jevu precese zemské rotační osy francouzským matematikem a fyzikem [Jeanem le Rond d'Alembertem](#),
- 8. října 2019 byla udělena Nobelova cena za fyziku z poloviny [Jimovi Peeblesovi](#) za teoretické objevy ve fyzikální kosmologii a z druhé poloviny [Michelu Mayorovi](#) a [Didieru Quelozovi](#) za objev [exoplanety](#) obíhající hvězdu podobnou Slunci.

Z předpověditelných astronomických úkazů v roce 2020 zmiňme například [výrazné polostínové zatmění Měsíce](#), které nastane ve večerních hodinách 10. ledna relativně vysoko nad obzorem.

Přejeme vám bystrou mysl a mnoho příjemných chvil při řešení všech úloh! ☺

#### Důležité kontakty:

- Internetové stránky a e-mail Astronomické olympiády:  
<http://olympiada.astro.cz>, [olympiada@astro.cz](mailto:olympiada@astro.cz)
- Poštovní adresa pro zaslání vypracovaných úloh:  
Mgr. Lenka Soumarová, Štefánikova hvězdárna, Strahovská 205, 118 00 Praha 1

**Termín odeslání:** 18. 1. 2020 (datum poštovního razítka)

Celkem lze v krajském kole získat maximálně **150 bodů**: 100 v korespondenční části a 50 v prezenční. Do celostátního kola postupuje 20 nejlepších řešitelů krajských kol, **kteří získali nenulový počet bodů z praktické úlohy** a rovněž **kteří získali nenulový počet bodů z prezenční části**.

**Krajské kolo 2019/20, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)****A Přehledový test***(max. 30 bodů)*

Úvodní test se řeší online na <http://olympiada.astro.cz/korespondencni>. Přihlašovací údaje přišly úspěšným řešitelům školního kola e-mailem nebo je dostanete od svého učitele, který je může zjistit v sekci pro učitele na <http://olympiada.astro.cz/ucitel>. Velmi doporučujeme řešení testu neodkládat na poslední dny před uzávěrkou. U problémů s řešením testu oznámených po **4. 1. 2020** bohužel nemůžeme zaručit jejich včasné vyřízení.

**B A precese točí!***(max. 20 bodů)*

Cílem této úlohy bude zjistit, jak se mění viditelná obloha pro jednotlivé pozorovatele na Zemi v průběhu precesního cyklu. Uvažujte, že atmosferická refrakce u obzoru činí  $\rho = 35'$  a že sklon ekliptiky vůči nebeskému rovníku je roven  $\varepsilon = 23,4^\circ$ .

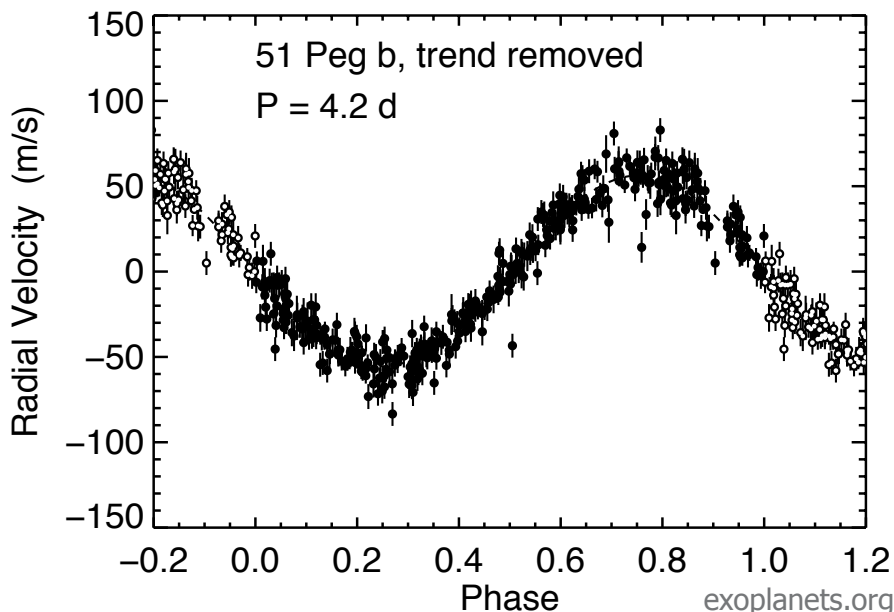
- Kolik procent  $P_N$  oblohy můžeme vidět ze severního pólu v průběhu jednoho roku?
- Kolik procent  $P_{eq}$  oblohy můžeme vidět v průběhu roku z rovníku?
- Vyjádřete podíl  $P(\phi)$  části oblohy (v procentech) viditelné v průběhu jednoho roku jako funkci zeměpisné šířky  $\phi$  pozorovatele.
- Kolik procent  $\tilde{P}_N$  oblohy můžeme spatřit ze severního pólu v průběhu 50 000 let?
- Na jakých místech na Zemi lze v průběhu 50 000 let spatřit všechna místa na obloze?
- Vyjádřete podíl  $\tilde{P}(\phi)$  části oblohy (v procentech), která je viditelná v průběhu 50 000 let jako funkci zeměpisné šířky pozorovatele  $\phi$ .
- Vyjádřete ekliptikální souřadnice (J2000.0) severního a jižního světového pólu jako funkce času. Periodu precesního cyklu označte jako  $T_p$ .
- Vyjádřete rovníkové souřadnice (J2000.0) severního a jižního světového pólu jako funkce času.
- S pomocí atlasu hvězdné oblohy nebo vhodného počítačového programu prozkoumejte oblast poblíž trajektorií severního a jižního světového pólu. Vyjmenujte jasné hvězdy, které v budoucnu mohou přibližně sloužit jako severní nebo jižní „Polárka“ (pro každou hvězdu uveďte minimální úhlovou vzdálenost ke světovému pólu a odpovídající rok).

**C Vážení exoplanet***(max. 20 bodů)*

V této úloze vypočteme hmotnost dvou exoplanet (51 Pegasi b a HAT-P-15 b) pomocí metody radiálních rychlostí. Hmotnost exoplanety, resp. její mateřské hvězdy označme  $M_p$ , resp.  $M_*$ . Obě složky obíhají kolem společného hmotného středu s periodou, kterou označme  $P$ .

Předpokládejme nejdříve, že oběžná dráha exoplanety je kruhová. To je (přibližně) případ exoplanety 51 Pegasi b, která byla předmětem přelomového objevu M. Mayora a D. Quelozze z roku 1995, a jejíž křivku radiálních rychlostí vidíme na obr. 1. Hmotnost mateřské hvězdy 51 Peg předpokládejte  $M_*^{51 \text{ Peg}} = 1,05 M_\odot$ .

**Krajské kolo 2019/20, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)**



**Obrázek 1:** Křivka radiálních rychlostí hvězdy 51 Pegasi.

a) Vyjádřete  $M_*$  a  $M_p$  pomocí  $G$  (gravitační konstanta),  $P$  a oběžných rychlostí hvězdy, resp. exoplanety vzhledem k hmotnému středu soustavy  $v_*$  resp.,  $v_p$ .

b) Vyjádřete maximální velikost  $K_*$  pozorované radiální rychlosti hvězdy pomocí  $v_*$  a inklinace  $i$  (úhel mezi zorným paprskem a kolmicí k rovině oběhu).

Od tohoto okamžiku až do konce úlohy předpokládejme, že  $M_* \gg M_p$ .

c) Vyjádřete hmotnostní parametr  $M_p \sin i$  exoplanety pomocí  $G$ ,  $P$ ,  $M_*$  a  $K_*$ .

d) Z obr. 1 odečtěte hodnotu  $K_*$  pro systém 51 Pegasi. Vypočtěte hodnotu parametru  $M_p \sin i$  (v hmotnostech Jupiteru) exoplanety 51 Pegasi b.

Podívejme se nyní na exoplanetu HAT-P-15 b. Křivku radiálních rychlostí její mateřské hvězdy vidíme na obr. 2. V daném systému dochází k tranzitům, takže budeme předpokládat, že zorný paprsek leží v rovině oběhu exoplanety (inklinace rovna přibližně  $90^\circ$ ). Hmotnost mateřské hvězdy HAT-P-15 předpokládejte  $M_*^{\text{HAT-P-15}} = 1,01 M_\odot$ .

e) Nakreslete (schematicky) tvar oběžné dráhy mateřské hvězdy HAT-P-15 kolem hmotného středu systému. Do nákresu vyznačte směr k Zemi, směr oběhu a rovněž body, ve kterých je radiální rychlost pozorovaná na Zemi minimální, maximální a nulová.

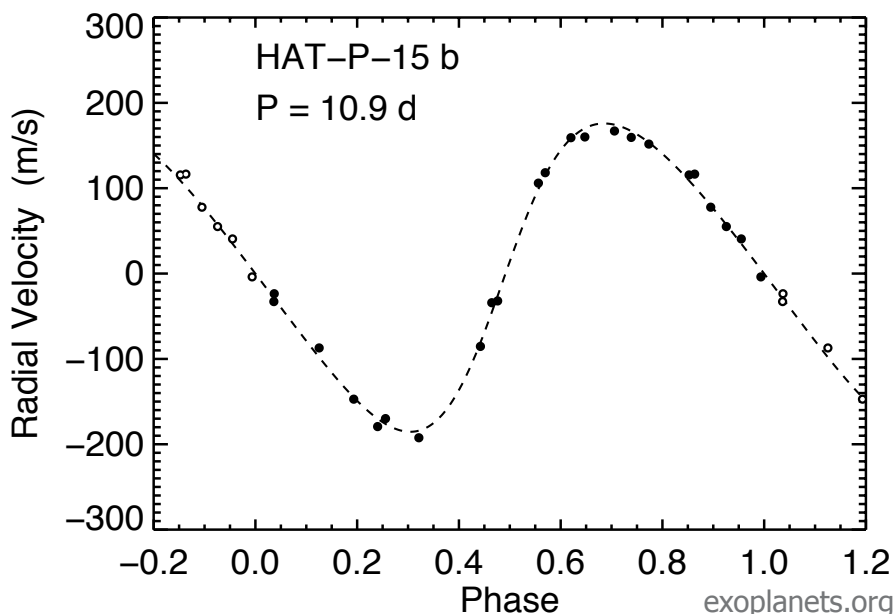
Označme jako  $A_*^+$ , resp.  $A_*^-$  pozorované hodnoty velikosti radiálního zrychlení mateřské hvězdy v periapsidě, resp. apoapsidě.

f) Z obr. 2 odečtěte hodnoty  $A_*^+$  a  $A_*^-$  (v  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ) pro hvězdu HAT-P-15.

g) Vyjádřete excentricitu  $e_*$ , resp.  $e_p$  drah hvězdy, resp. exoplanety jako funkci  $A_*^+$  a  $A_*^-$ . Vypočtěte číselné hodnoty excentricity pro exoplanetární systém HAT-P-15.

h) Vyjádřete velikost rychlosti hvězdy  $v_*(\theta)$  ve dráze jako funkci úhlu  $\theta$ , který svírá průvodič hvězdy se směrem k periapsidě dráhy. Vaše funkce bude mít parametry  $G$ ,  $P$ ,  $M_*$ ,  $M_p$  a  $e$ .

**Krajské kolo 2019/20, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)**



**Obrázek 2:** Křivka radiálních rychlostí hvězdy HAT-P-15.

*Nápověda:* Vzdálenost bodu na obvodu elipsy od ohniska v závislosti na úhlu  $\theta$  splňuje tzv. *polární rovnici elipsy*

$$r(\theta) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta},$$

kde  $a$  je velká poloosa elipsy.

**i)** Ukažte, že úhel  $\alpha$  sevřený mezi kolmicí na průvodič a tečnou k trajektorii splňuje

$$\cos \alpha(\theta) = \frac{1 + e \cos \theta}{\sqrt{1 + 2e \cos \theta + e^2}}, \quad \sin \alpha(\theta) = \frac{e \sin \theta}{\sqrt{1 + 2e \cos \theta + e^2}}.$$

**j)** Ukažte rovněž, že radiální rychlost  $v_*^{\text{rad}}$  hvězdy, kterou naměří pozorovatel ležící ve směru periapsidy, splňuje  $v_*^{\text{rad}}(\theta) = K_* \sin \theta$ , kde parametr  $K_*$  vyjádřete pomocí  $G$ ,  $P$ ,  $M_*$ ,  $M_p$  a  $e$ .

**k)** Z obr. 2 odečtěte hodnotu  $K_*$  pro systém HAT-P-15. Vypočtěte hmotnost exoplanety HAT-P-15 b (v hmotnostech Jupiteru).

**Krajské kolo 2019/20, kategorie AB (3. a 4. ročník SŠ)****D Fotografie Vozky (praktická)***(max. 30 bodů)*

V této úloze bude vaším úkolem pořídit fotografii souhvězdí zimní oblohy, na které identifikujete co nejvíce objektů a s pomocí které změříte úhlové vzdálenosti několika párů hvězd. Pro účel vypracování této úlohy nedoporučujeme použití objektivu typu „fish-eye“.

a) Za vhodných podmínek poříďte fotografii souhvězdí Vozky (Auriga) a jeho okolí tak, aby na fotografii byly všechny níže zmíněné objekty. V invertovaných barvách ji vytiskněte v co největším formátu (alespoň A4) a přiložte ke svému řešení.

b) Do vašeho řešení uveďte čas a místo pořízení fotografie a rovněž parametry fotoaparátu, který jste použili k pořízení snímku: značku, typ, ohniskovou vzdálenost objektivu a clonu.

c) Na svém snímku označte příslušným číslem objekty uvedené v tabulce níže. Do tabulky pak doplňte požadované údaje (hvězdnou velikost ve filtru V a jméno) o vybraných objektech, jak je naleznete v databázi SIMBAD<sup>1</sup>.

číslo	označení	$\frac{V}{\text{mag}}$	jméno	číslo	označení	$\frac{V}{\text{mag}}$	jméno
1	SAO 40186			6	Cr 71		
2	HR 1791			7	TYC 2391-1446-1		
3	Mel 38			8	HD 32630		
4	BD+22 739			9	WDS J05020+4349AB		
5	34 Aur			10	HIP 21421		

d) Formulujte a popište co nejpřesnější metodu zjištění vzájemných úhlových vzdáleností vyfotografovaných objektů na základě měření poloh objektů na snímku pravítkem. Můžete využít znalost jedné referenční úhlové vzdálenosti dvou objektů na snímku.

*Nápověda:* nezapomeňte, že fotoaparát zobrazuje hvězdnou oblohu na rovinný snímač. V případě fotografování objektů „v nekonečnu“ můžeme soustavu čoček v objektivu dobře aproximovat tenkou čočkou o dané ohniskové vzdálenosti.

e) Vaši metodu aplikujte k určení úhlových vzdáleností následujících párů objektů v tabulce (včetně odhadu nejistot): objekty 2 a 7, 1 a 10, 4 a 5, 5 a 10. Jako referenční berte úhlovou vzdálenost objektů 1 a 8, která činí  $5^{\circ}6'$ .

f) Vypočtete nebo zjistěte skutečné úhlové vzdálenosti těchto párů hvězd a porovnejte je s vašimi změřenými hodnotami.

Autorem přehledového testu A je Tomáš Gráf. Autory příkladů B, C a D jsou Jakub Vošmera a Jan Kožuško.

<sup>1</sup><http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/>