

## Krajské kolo 2021/22, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)

### Identifikace

Na každý list se zadáním nebo řešením napište dolů svoje jméno, příjmení a identifikátor. Neoznačené listy nebudou opraveny!

#### Student

jméno: \_\_\_\_\_ příjmení: \_\_\_\_\_ identifikátor: \_\_\_\_\_

#### Škola

název: \_\_\_\_\_ město: \_\_\_\_\_ PSČ: \_\_\_\_\_

#### Hodnocení

A \_\_\_\_\_ B \_\_\_\_\_ C \_\_\_\_\_ D \_\_\_\_\_  $\Sigma$  (100 b.) \_\_\_\_\_

Účast v AO se řídí organizačním řádem, č.j. MŠMT – 14 896/2012-51. Organizační řád a propozice aktuálního ročníku jsou k dispozici na <http://olympiada.astro.cz>.

*Milé řešitelky, milí řešitelé,*

*vítáme vás u řešení úloh krajského kola kategorie CD 19. ročníku Astronomické olympiády!*

*Narozdíl od minulých let se letos krajské kolo kvůli koronavirové situaci skládá pouze z korespondenční části, tedy přehledového online testu (úloha A), dvou úloh teoretických (B a C) a jedné praktické (úloha D). Úlohy tento rok rovněž nebudete muset posílat v obálce klasickou poštou, ale naskenované je uploadujete skrze naše webové rozhraní.*

*Neformální dění okolo olympiády můžete nadále sledovat na naší [Facebookové stránce](#) a také na [Instagramu](#). Prostřednictvím zpráv je zde možné klást dotazy přímo Ústřední komisi.*

*I letos stojí za to si připomenout celou řadu astronomických událostí a pokud tak učiníte kliknutím na přiložené odkazy, jistě se něco zajímavého dozvíte! Některé se staly inspirací pro zadání úloh tohoto kola:*

- letos si připomínáme 180 let od narození britského fyzika [Johna Williama Strutta, Barona Rayleigha](#),
- 4. prosince 2021 uplynulo 200 let od narození německého astronoma [Wilhelma Tempela](#).

*Z předpověditelných astronomických úkazů v roce 2022 zmiňme například úplné zatmění Měsíce 16. května 2022, ze kterého ovšem z ČR spatříme pouze částečnou fázi v ranních hodinách, než se náš souputník odebere pod obzor.*

*Přejeme vám bystrou mysl a mnoho příjemných chvil při řešení všech úloh! ☺*

Ústřední komise Astronomické olympiády

#### Důležité kontakty:

- Internetové stránky a e-mail Astronomické olympiády:  
<http://olympiada.astro.cz>, [olympiada@astro.cz](mailto:olympiada@astro.cz)
- Webová adresa pro upload naskenovaných řešení úloh:  
<https://olympiada.astro.cz/korespondencni>

**Termín odeslání:** 23. 3. 2022

Celkem lze v krajském kole získat maximálně **100 bodů**. Do celostátního kola postupuje 20 nejlepších řešitelů krajských kol, kteří získali nenulový počet bodů z praktické úlohy.



## Krajské kolo 2021/22, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)

### A Přehledový test

(max. 30 bodů)

Úvodní test se řeší online na <http://olympiada.astro.cz/korespondencni>. Přihlašovací údaje přišly úspěšným řešitelům školního kola e-mailem nebo je dostanete od svého učitele, který je může zjistit v sekci pro učitele na <http://olympiada.astro.cz/ucitel>. Velmi doporučujeme řešení testu neodkládat na poslední dny před uzávěrkou. U problémů s řešením testu oznámených po **16. 3. 2022** bohužel nemůžeme zaručit jejich včasné vyřízení.

### B Kotoučky hvězd

(max. 20 bodů)

V této úloze budeme analyzovat podmínky pro rozlišení kotoučků jednotlivých hvězd. Pro jednoduchost přitom budeme uvažovat jednoduchý dalekohled se vstupní aperturou o průměru  $D$ , který je vybaven detektorem s maximem citlivosti ve středu optického pásma ( $\lambda = 550$  nm). Kotouček hvězdy budeme považovat za rozlišený, pokud dva protilehlé body na jeho okraji splňují tzv. Rayleighovo kritérium, tedy pokud je úhlový průměr kotoučku roven alespoň poloměru  $\alpha_{\min} = 1,22\lambda/D$  Airyho kotoučku. Poznamenejme nicméně pro úplnost, že v dnešní době jsou již k dispozici daleko pokročilejší techniky pro zobrazování s vysokým rozlišením (např. optická interferometrie).

a) Určete číselně hodnotu  $\alpha_{\min}$  pro současný největší dalekohled GTC se zrcadlem o průměru  $D_{\max} = 10,4$  m.

Uvažujme hvězdu o poloměru  $R$  a efektivní teplotě  $T$ , která se od nás nachází ve vzdálenosti  $d$ . Úhlový poloměr kotoučku hvězdy označme jako  $\alpha$ .

b) Vyjádřete zářivý výkon  $L$  hvězdy pomocí  $R$  a  $T$ .

c) Vyjádřete zářivý tok  $\Phi$ , který k nám od hvězdy přichází, pomocí  $T$  a  $\alpha$ .

Nejjasnější hvězdy na naší obloze dosahují hvězdných velikostí okolo 0 mag. V první části úlohy jsme zároveň zjistili, že úhlové poloměry disků hvězd, které jsme schopni současnými dalekohledy rozlišit, jsou zdola omezené hodnotou  $\alpha_{\min}/2$ . Z vašeho výsledku v části c) by tedy mělo být patrné, že existuje maximální efektivní teplota  $T_{\max}$  hvězd, jejichž kotouček můžeme zobrazit.

d) Určete číselnou hodnotu  $T_{\max}$  a vyjmenujte spektrální typy hvězd, u kterých jsme současnými dalekohledy schopni zobrazit jejich kotouček (vybírejte z posloupnosti O, B, A, F, G, K, M).

*Nápověda:* Porovnejte se zářivým tokem přicházejícím od Slunce a použijte Pogsonovu rovnici.

### C Ohon komety

(max. 20 bodů)

Wilhelm Tempel patřil bezesporu k jednomu z nejplodnějších lovců komet (spolupodílel se na 21 objevech). V této úloze se podíváme na to, jak bychom určovali tvar prachového ohonu komety. Jelikož se obecně jedná o velmi komplikovaný výpočet, zaměříme se na zjednodušenou situaci, kdy kometa obíhá po kruhové dráze a síla tlaku záření působící na zrnka prachu se vyrovná s gravitačním působením Slunce. Zářivý výkon Slunce označme jako  $L_S$ .

**Krajské kolo 2021/22, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)**

a) Určete celkový zářivý výkon  $\Phi(r)$ , který dopadá na jednotku plochy ve vzdálenosti  $r$  od Slunce. Výsledek vyjádřete pomocí  $r$  a  $L_S$ .

Pro jednoduchost budeme uvažovat, že ohon komety je tvořen zrnky prachu ve tvaru malých kuliček o poloměru  $R$  a hustotě  $\rho$ . Materiál těchto kuliček je dokonale tepelně vodivý a dokonale pohlcuje dopadající záření.

b) Určete sílu  $F_{\text{rad}}(r)$  působící na jedno prachové zrnko, které se nachází ve vzdálenosti  $r$  od Slunce. Výsledek vyjádřete pomocí  $r$ ,  $R$ ,  $L_S$  a  $c$ . Jevy spojené s obecně nenulovou rychlostí  $v$  prachových zrněk zanedbejte (pracujeme v režimu  $v/c \ll 1$ ).

*Nápověda:* Napište zákon zachování hybnosti pro proces absorpce a opětovného vyzáření jednotlivých fotonů zrnkem.

V následujícím budeme pro jednoduchost uvažovat, že zrnko pocituje pouze gravitační sílu Slunce.

c) Ověřte, že se jedná o rozumný předpoklad. Uvažujte typickou kometu o hustotě  $\rho_c = 0,5 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ , poloměru  $R_c = 5 \text{ km}$  a předpokládejte, že ohon se tvoří ve vzdálenostech řádově 1 au od Slunce.

d) Ukažte, že se zrnko pohybuje v centrálním silovém poli s dostředivým zrychlením

$$g_{\text{eff}}(r) = \frac{\gamma GM_S}{r^2}.$$

Vyjádřete parametr  $\gamma$  pomocí  $R$ ,  $\rho$ ,  $G$ ,  $M_S$ ,  $L_S$  a  $c$ .

e) Vypočtete kritickou hodnotu  $R_0$  poloměru jednotlivých zrněk, pro kterou dostaneme  $\gamma = 0$ . Uvažujte, že  $\rho \approx \rho_c$ .

Ve zbytku úlohy pro jednoduchost předpokládejme, že *všechna* zrnka prachu mají poloměr  $R_0$  a že kometa obíhá kolem Slunce po kruhové dráze o poloměru  $a_c = 1 \text{ au}$ . Pro tuto situaci se budeme zabývat přesným výpočtem tvaru kometárního ohonu.

f) Určete tvar trajektorií jednotlivých zrněk v heliocentrické vztažné soustavě a také jejich heliocentrické rychlosti  $v$ .

Tyto trajektorie ovšem nelze ztotožnit s tvarem ohonu, protože v důsledku oběhu komety kolem Slunce nevy létávají zrnka z jednoho místa. Zavedme v oběžné rovině komety kartézskou soustavu souřadnic  $[x, y]$ , v níž kometa obíhá po trajektorii  $[x_c(t), y_c(t)]$  s parametrickým předpisem

$$x_c(t) = a_c \cos \omega_c t,$$

$$y_c(t) = a_c \sin \omega_c t,$$

kde  $\omega_c$  je úhlová frekvence oběhu komety.

g) Určete trajektorii  $[x(t; \tau), y(t; \tau)]$  zrnka prachu, které se z komety uvolnilo v čase  $\tau$ .

h) Napište parametrické vyjádření  $[x_o(\tau; t_0), y_o(\tau; t_0)]$  tvaru ohonu v nějakém daném čase  $t = t_0$ . Jako parametr použijte hodnotu času  $-\infty \leq \tau \leq t_0$ , ve který se daná část ohonu uvolnila z komety. Napište název odpovídající křivky.

*Nápověda:* Zamyslete se nad problémem odvíjení konce velmi tenké nitě z válcovité cívky.

i) Načrtněte křivku popisující tvar ohonu komety.

**Krajské kolo 2021/22, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)**

**D Praktická**

(max. 30 bodů)

Za vhodného počasí vyfotografujte ze stativu část oblohy vyznačenou obdélníkem na mapce. Snímky je možné i skládat. Na svém snímku označte příslušným číslem objekty uvedené v tabulce. Do tabulky pak doplňte požadované údaje (hvězdnou velikost ve filtru V a jméno) o vybraných objektech, jak je naleznete v databázi SIMBAD<sup>1</sup>

Číslo	Označení	$\frac{V}{\text{mag}}$	Jméno	Číslo	Označení	$\frac{V}{\text{mag}}$	Jméno
1	ADS 5983			6	IRC +20154		
2	IRAS 04589+4100			7	JP11 965		
3	FK5 185			8	IRAS 07314+3159		
4	HIP 23416			9	SAO 40750		
5	HIC 25428			10	HR 1708		



<sup>1</sup><http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/>