



## Krajské kolo 2022/23, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)

### Identifikace

Na každý list se zadáním nebo řešením napište dolů svoje jméno, příjmení a identifikátor. Neoznačené listy nebudou opraveny!

#### Student

jméno: \_\_\_\_\_ příjmení: \_\_\_\_\_ identifikátor: \_\_\_\_\_

#### Škola

název: \_\_\_\_\_ město: \_\_\_\_\_ PSČ: \_\_\_\_\_

#### Hodnocení

A \_\_\_ B \_\_\_ C \_\_\_ D \_\_\_  $\Sigma$  (100 b.) \_\_\_

Účast v AO se řídí organizačním řádem, který je společně s propozicemi aktuálního ročníku k nalezení na [olympiada.astro.cz](http://olympiada.astro.cz).

*Milé řešitelky, milí řešitelé,*

*vítáme vás u řešení úloh krajského kola kategorie CD 20. ročníku Astronomické olympiády!*

*Stejně jako v minulých letech na vás čeká přehledový online test (úloha A), dvě teoretické úlohy (B a C) a jedna praktická (úloha D). Úlohy tento rok rovněž nebudete posílat v obálce klasickou poštou, ale naskenované je uploadujete skrze naše webové rozhraní.*

*Neformální dění okolo olympiády můžete sledovat na naší [Facebookové stránce](#) a také na [Instagramu](#). Prostřednictvím zpráv je zde možné klást dotazy přímo Ústřední komisi.*

*I letos stojí za to si připomenout celou řadu astronomických událostí a pokud tak učiníte kliknutím na přiložené odkazy, jistě se něco zajímavého dozvíte! Některé se staly inspirací pro zadání úloh tohoto kola:*

- *v prosinci 2023 uplyne 50 let od prvního použití [gravitačního praku](#) k urychlení sondy ([Pioneer 10](#)) na únikovou rychlost ze Sluneční soustavy,*
- *v roce 1833, tedy před 190 lety, zkonstruoval anglický matematik a fyzik [Peter Barlow](#) optický člen, který násobí zvětšení dalekohledu, a který je dnes známý jako [Barlowova čočka](#).*

*Z předpověditelných astronomických úkazů v roce 2023 zmiňme například konjunkci Venuše a Jupitera, dvou nejjasnějších planet pozorovatelných na pozemské obloze. K největšímu přiblížení dojde 2. března 2023. Dále stojí za zmínku sváteční částečné zatmění Měsíce 28. října, které se odehraje za doprovodu planety Jupiter.*

*Přejeme vám bystrou mysl a mnoho příjemných chvil při řešení všech úloh! ☺*

Ústřední komise Astronomické olympiády

#### Důležité kontakty:

- Internetové stránky a e-mail Astronomické olympiády:  
<http://olympiada.astro.cz>, [olympiada@astro.cz](mailto:olympiada@astro.cz)
- Webová adresa pro upload naskenovaných řešení úloh:  
<https://olympiada.astro.cz/korespondencni>

**Termín odeslání:** 17. 3. 2023

Celkem lze v krajském kole získat maximálně **100 bodů**. Do celostátního kola postupuje 20 nejlepších řešitelů krajských kol, **kterí získali nenulový počet bodů z praktické úlohy**.

**Krajské kolo 2022/23, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)****A Přehledový test***(max. 30 bodů)*

Úvodní test se řeší online na <http://olympiada.astro.cz/korespondencni>. Přihlašovací údaje přišly úspěšným řešitelům školního kola e-mailem nebo je dostanete od svého učitele, který je může zjistit v sekci pro učitele na <http://olympiada.astro.cz/ucitel>. Velmi doporučujeme řešení testu neodkládat na poslední dny před uzávěrkou. U problémů s řešením testu oznámených po **10. 3. 2023** bohužel nemůžeme zaručit jejich včasné vyřízení.

**B Únik ze Sluneční soustavy***(max. 20 bodů)*

K vyslání sondy k vnějším planetám nebo mimo sluneční soustavu je zapotřebí ji urychlit na vysoké rychlosti. Urychlit sondu na tyto rychlosti pouze s využitím paliva hned při startu je přitom velmi nákladné, proto se k dodatečnému urychlení využívá gravitačního působení ostatních planet. Sonda tedy není vyslána přímo k cílové planetě, ale je nasměrována tak, že v průběhu cesty proletí v blízkosti dalších planet Sluneční soustavy. Při takovém průletu kolem planety může sonda po úniku z jejího gravitačního působení získat větší rychlost v soustavě spojené se Sluncem, než měla před zahájením průletu. Popsaný manévř se nazývá *gravitační prak* a v této úloze se budeme zabývat jeho využitím k vyslání sondy mimo Sluneční soustavu.

Uvažujme sondu, která opouští gravitační působení Země rychlostí  $v_0$  (vzhledem ke Slunci) ve směru oběhu Země kolem Slunce. Sonda se následně přiblíží k Marsu tak, že její rychlost má v soustavě Slunce velikost  $v_1$  a svírá s trajektorií Marsu úhel  $\alpha$  viz obrázek 1.

V následujících úlohách předpokládejte, že Země i Mars se kolem Slunce pohybují po kružnicích o poloměrech  $a_Z$ ,  $a_M$ . Zatímco při pohybu sondy ve Sluneční soustavě je dominantní gravitační pole Slunce, předpokládejme, že při těsném přiblížení sondy k planetě naopak dominuje gravitační pole samotné planety, oproti kterému gravitační působení Slunce na sondu můžeme zanedbat.

Za účelem zjednodušení výrazů bude výhodné zavést bezrozměrné parametry

$$\chi = \frac{a_Z}{a_M}, \quad \eta = \left(\frac{u_Z}{v_0}\right)^2,$$

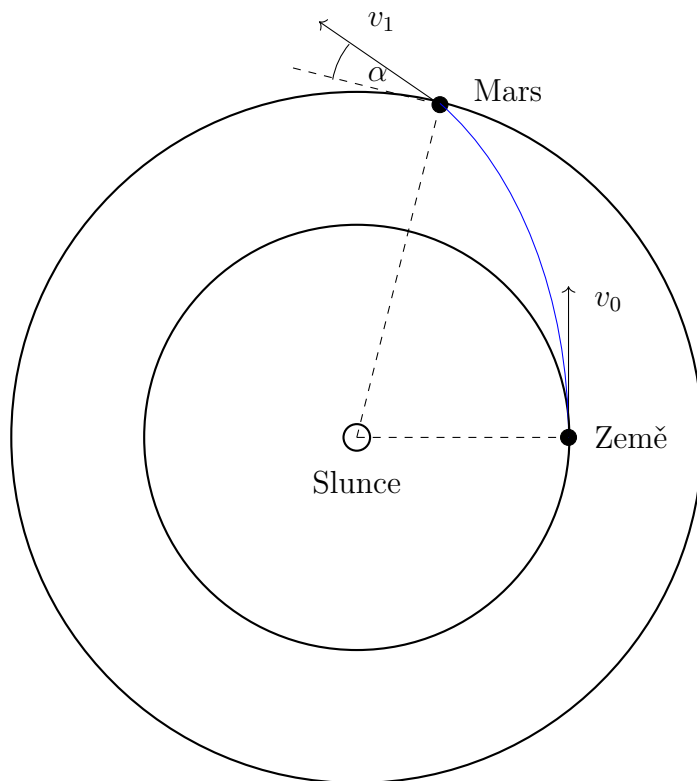
kde  $u_Z = \sqrt{2GM_\odot/a_Z}$ . Číselně je tedy  $\chi$  rovno poloměru dráhy Země v násobcích poloměru dráhy Marsu, zatímco  $\eta$  je rovno poměru kvadrátů únikové rychlosti ze vzdálenosti  $a_Z$  od Slunce a  $v_0$ .

**a)** Určete velikost rychlosti  $v_1$  a rovněž  $\cos \alpha$  v závislosti na rychlosti  $v_0$ . Výsledek vyjádřete obecně pomocí  $v_0$  a parametrů  $\chi$ ,  $\eta$ .

Sonda vstupuje do gravitačního působení Marsu rychlostí  $v'_1$  vzhledem k Marsu. Vektor této rychlosti svírá před průletem s trajektorií Marsu úhel  $\beta$ , po průletu se směr této rychlosti změní o úhel  $\theta$  (viz obrázek 2). Velikost oběžné rychlosti Marsu kolem Slunce označme jako  $v_M$ .

**b)** Určete velikost rychlosti  $v_2$  sondy (vzhledem ke Slunci) poté, co unikne gravitaci Marsu, v závislosti na úhlech  $\theta$ ,  $\beta$  a rychlostech  $v'_1$  a  $v_M$ .

**Krajské kolo 2022/23, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)**

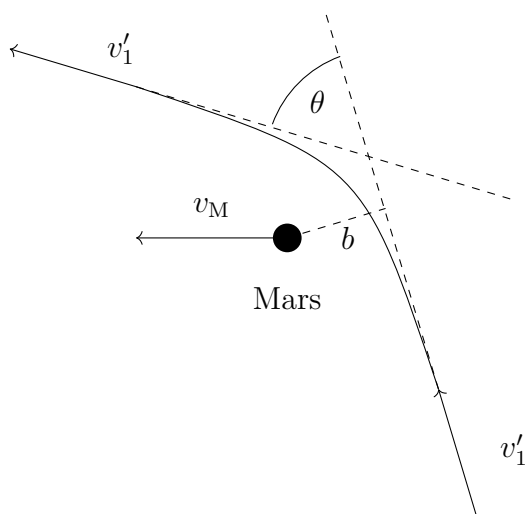


**Obrázek 1:** Schématické znázornění pohybu sondy mezi planetami.

Dá se ukázat, že pro velikost úhlu  $\theta$  platí

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{GM}{bv_1^2},$$

kde  $M$  je hmotnost Marsu a  $b$  je kolmá vzdálenost sondy od Marsu před přiblížením (viz obrázek 2). Vzdálenost  $b$  přitom můžeme nezávisle na ostatních parametrech měnit.



**Obrázek 2:** Průlet sondy kolem Marsu

## Krajské kolo 2022/23, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)

c) Určete, co musí platit pro kolmou vzdálenost  $b$ , aby při dané počáteční rychlosti  $v_0$  byla velikost rychlosti  $v_2$  co největší. Přitom stačí, když slovy popíšete, jakým způsobem  $b$  ovlivňuje velikost  $v_2$  a jaké  $b$  musíme volit, aby byla  $v_2$  co největší. Rozměry Marsu neuvažujte. Následně vypočítejte tuto maximální rychlost  $v_{2,\max}$  v závislosti na počáteční rychlosti  $v_0$  a parametrech  $\eta, \chi$ .

d) Jaká musí být minimální velikost rychlosti  $v_0$  (vzhledem ke Slunci), aby sonda mohla opustit ze vzdálenosti Země–Slunce Sluneční soustavu s využitím gravitačního praku u planety Mars? Výsledek vyjádřete obecně pomocí únikové rychlosti  $u_Z$  (definované výše) a parametru  $\chi$  a rovněž číselně jako násobek  $u_Z$ . Gravitační vliv Země neuvažujte. Poloměry kruhových drah Země a Marsu jsou  $a_Z = 1$  au a  $a_M = 1,524$  au.

### C Sledování zápasu

(max. 20 bodů)

Na hvězdárně disponují dalekohledem s průměrem čočky  $D = 30$  cm a ohniskovou vzdáleností  $f = 2,5$  m. Zrovna mají nasazený okulár s ohniskovou vzdáleností  $f' = 10$  mm. Dnes je bohužel zataženo, a tak se astronomové rozhodli, že namíří dalekohled do nedaleké obytné čtvrti ve vzdálenosti  $s = 1$  km a budou skrz okno pozorovat fotbalový zápas v televizi.

a) Jaké je úhlové zvětšení teleskopu? Televize má úhlopříčku  $u = 80$  cm. Jaký bude úhlový průměr televize pozorované skrz dalekohled? V jaké vzdálenosti od televize by člověk musel stát, aby ji viděl pod stejným úhlem při pozorování očima?

b) Dalekohled je nastavený na pozorování hvězd, tudíž je zaostřený na nekonečno. O kolik milimetrů musí astronomové povytáhnout okulár, aby jej zaostřili na televizi?

c) Astronomům se zdá zvětšení malé, proto mezi objektiv a okulár vložili Barlowovu čočku. Barlowův člen je rozptylka, nebo soustava čoček, které se chovají jako rozptylka. Tato Barlowova čočka má ohniskovou vzdálenost  $f_B = 20$  mm a umístili ji  $a = 30$  mm před okulár. Barlowova čočka je pevně spojena s okulárem, oba se pohybují spolu. O kolik milimetrů museli povytáhnout okulár s Barlowovou čočkou, aby byl obraz zase ostrý?

d) Kolikrát je obraz v dalekohledu zvětšený oproti původnímu stavu?

### D Kvadrant (praktická úloha)

(max. 30 bodů)

Předmětem letošní praktické úlohy bude měření úhlové výšky astronomických objektů nad obzorem. Pro tento účel si podle návodu níže sestojíte jednoduchou pomůcku: papírový kvadrant.

Úhlovou stupnici (přiloženou k zadání) nalepíme na karton obdélníkového tvaru tak, aby úsečky (poloměry) tvořící roh kvadrantu byly rovnoběžné se stranami obdélníkového kartonu. Do středu (rohu) kvadrantu připevníme konec tenkého provázku, na jehož druhém konci je zavěšeno závaží. Provázek by měl přesahovat okraj kartonu a závaží by mělo být dostatečně těžké, aby nit vyznačovala svislý směr.

a) Popište, jak budeme postupovat při měření úhlové výšky objektů nad obzorem pomocí kvadrantu výše popsané konstrukce. Svůj výklad doplňte vhodnými nákresey.

## Krajské kolo 2022/23, kategorie CD (1. a 2. ročník SŠ)

b) Zkonstruuje si vlastní kvadrant podle návodu výše. Nestyďte se přidat vlastní prvky, které zvýší přesnost měření (např. mířidla). Pro získání plného počtu bodů z této a následujících částí úlohy **přiložte k řešení fotografii vámi sestrojeného kvadrantu.**

Nyní si vyberte jasnou hvězdu, která ve vámi zvolený večer pozorování kulminuje nad jižním obzorem. Vaším úkolem bude určit čas kulminace této hvězdy pomocí měření její výšky nad obzorem kolem kulminace.

c) Zvolte si několik časů před a po předpokládaném okamžiku kulminace. Pro každý zvolený čas proveďte měření výšky hvězdy nad obzorem a zaznamenejte pásmový čas měření.

d) Vyneste do grafu hodnoty výšky hvězdy nad obzorem v závislosti na čase měření. Z grafu odhadněte maximální výšku hvězdy nad obzorem a pásmový čas kulminace.

Nezapomeňte detailně popsat metodiku vašeho měření a zaznamenat do řešení všechny naměřené hodnoty. Do řešení rovněž jasně indikujte **datum** měření, **zeměpisné souřadnice** místa konání měření a **označení hvězdy**, jejíž výšku nad obzorem jste měřili!